



Lizandra Mineiro Campos Chagas

**Restringindo a Violação do Princípio da
Equivalência com Dados de Neutrinos
Atmosféricos do IceCube**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física pelo Programa de Pós-graduação em Física, do Departamento de Física da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Arman Esmaili Taklimi

Rio de Janeiro,
abril de 2024



Lizandra Mineiro Campos Chagas

**Restringindo a Violação do Princípio da
Equivalência com Dados de Neutrinos
Atmosféricos do IceCube**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Física da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Arman Esmaili Taklimi

Orientador

Departamento de Física – PUC-Rio

Prof. Hiroshi Nunokawa

Departamento de Física – PUC-Rio

Prof. Orlando Luis Goulart Peres

UNICAMP

Rio de Janeiro, 12 de abril de 2024

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Lizandra Mineiro Campos Chagas

Licenciada em Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2019).

Ficha Catalográfica

Chagas, Lizandra Mineiro Campos

Restringindo a Violação do Princípio da Equivalência com Dados de Neutrinos Atmosféricos do IceCube / Lizandra Mineiro Campos Chagas; orientador: Arman Esmaili Taklimi. – 2024.

91 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Física, 2024.

Inclui bibliografia

1. Física – Teses. 2. Violação do Princípio da Equivalência. 3. IceCube. 4. Neutrinos. 5. Oscilação de Neutrinos. 6. Neutrinos Atmosféricos. 7. Raios cósmicos. I. Taklimi, Arman Esmaili. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Física. III. Título.

CDD: 530.12

A toda minha família e amigos,
que estiveram ao meu lado durante essa jornada.

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de expressar minha profunda gratidão ao meu pai, Marcelo Campos Chagas, à minha mãe, Deise Mineiro Campos Chagas, e à minha avó, Marita Amélia Campos Chagas, por seu apoio incondicional ao longo desta jornada. Obrigada por me incentivarem a seguir meu sonho de cursar o mestrado, mesmo quando isso significava abrir mão de um emprego estável, e pelo apoio financeiro que tornou possível minha dedicação integral a este projeto.

Não poderia deixar de agradecer ao meu companheiro, Agustin Tiago Leguizamon, por estar ao meu lado em todos os momentos difíceis, pegando para si algumas das minhas responsabilidades e me incentivando incansavelmente. Sem você, tudo seria mais difícil!

Quero expressar minha sincera gratidão ao meu orientador, Prof. Arman Esmaili Taklimi, por sua orientação valiosa, paciência e compromisso ao longo deste projeto. Seus ensinamentos foram fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação, e espero, por meio deste trabalho, honrar seu dedicado esforço em me orientar.

Agradeço imensamente aos meus amigos, especialmente aos meus colegas de equipe Antonio Capanema Guerra Galvão, AmirFarzan Esmaeili, e Emilse Cabrera Capera, pelo apoio constante e pelas valiosas contribuições para este trabalho. Também agradeço aos colegas discentes Wanessa Afonso de Andrade e Frederico Vieira Gutierrez, e meus amigos Michelle Bandeira de Carvalho e Gabriel Alves da Silva Vieira, pelo incentivo em todos os momentos.

Não poderia deixar de agradecer a todos os funcionários do Departamento de Física e professores que contribuíram para minha formação, em especial à Prof^a Carla Göbel Burlamaqui de Mello. Seu exemplo inspirador como mulher na área da física, aliado ao seu acolhimento e ensinamentos dentro e fora da sala de aula, foram fundamentais para minha jornada.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Agradeço o apoio financeiro prestado nesses dois anos.

Por fim, gostaria de expressar minha gratidão a todos que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

Chagas, Lizandra Mineiro Campos; Taklimi, Arman Esmaili. **Restringindo a Violação do Princípio da Equivalência com Dados de Neutrinos Atmosféricos do IceCube**. Rio de Janeiro, 2024. 91p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O princípio da equivalência é um pressuposto fundamental da Teoria da Relatividade Geral, entretanto, nas tentativas de quantização da gravidade os cálculos estão levando, muitas vezes, a pequenas violações desse princípio (VEP). Por esse motivo, se mostra necessário testá-lo e obter limites estatísticos para essas violações, a fim de possivelmente descartar alguns cenários. Uma das frentes com grande possibilidade de limitar os valores dessa violação é analisando a oscilação de neutrinos atmosféricos de altas energias, gerados pelos raios cósmicos. A oscilação padrão de sabores dos neutrinos que atravessam a Terra se torna desprezível em altas energias, enquanto a oscilação induzida por VEP se torna cada vez mais proeminente nessa faixa da energia. Neste trabalho, usamos uma abordagem minimalista da VEP, em que ela aconteceria através de diferentes valores de constantes gravitacionais para cada autoestado de massa de neutrino, parametrizado como $G_i \equiv \gamma_i G$ onde o G é contante gravitacional, e traçamos limites para os parâmetros $\Phi\Delta\gamma_{31}$ e $\Phi\Delta\gamma_{21}$ no plano $(\Phi\Delta\gamma_{21}, \Phi\Delta\gamma_{31})$, onde o Φ é o potencial gravitacional. Para isso, foram usados os dados de rastros de múons gerados da interação de neutrinos atmosféricos com a rocha ou gelo, coletados por um ano pelo IceCube na sua forma completa (IC-86). Os múons possuem energias entre 400 GeV e 20 TeV, e os dados coletados foram comparados com os valores esperados pelos melhores modelos de produção de neutrinos muônicos atmosféricos.

Palavras-chave

Violação do Princípio da Equivalência; IceCube; Neutrinos; Oscilação de Neutrinos; Neutrinos Atmosféricos; Raios cósmicos;

Abstract

Chagas, Lizandra Mineiro Campos; Taklimi, Arman Esmaili (Advisor). **Restricting the Violation of Equivalence Principle by IceCube's Atmospheric Neutrino Data**. Rio de Janeiro, 2024. 91p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The equivalence principle is a fundamental assumption of General Relativity. However, in several quantum gravity scenarios, small violations of this principle (VEP) is expected. For this reason, it is important to test this principle and obtain statistical limits on its violation, in order to possibly discard some scenarios. One way to constrain this violation is analyzing the flavor oscillation pattern of high-energy atmospheric neutrinos, generated by cosmic rays. The standard oscillation of neutrino's flavor crossing the Earth becomes negligible at high energies, while the oscillation induced by VEP becomes increasingly prominent in this range of energy. In this work, we use a minimalistic approach about the VEP, in which it would occur because of different values of gravitational constants for each neutrino mass eigenstate, parameterized as $G_i \equiv \gamma_i G$ where G is the gravitational constant, and we derive limits on the parameters $\Phi\Delta\gamma_{31}$ and $\Phi\Delta\gamma_{21}$ in the $(\Phi\Delta\gamma_{21}, \Phi\Delta\gamma_{31})$ plane, where Φ is the gravitational potential. To this end, muon-tracks events generated from the interaction of atmospheric neutrinos with the rock or ice, collected for one year by IceCube in its complete form (IC-86), were used. The detected muons have energies between 400 GeV and 20 TeV, and the collected data has been compared with the values expected by the best models of atmospheric muon neutrino production.

Keywords

Violation of Equivalence Principle; IceCube; Neutrinos; Neutrino Oscillation; Atmospheric Neutrinos; Cosmic Ray.

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introdução | 16 |
| 2 | Oscilação de sabores dos neutrinos | 21 |
| 2.1 | Aproximação ultrarrelativística da energia | 24 |
| 2.2 | Evolução temporal dos estados no vácuo | 25 |
| 2.3 | Probabilidade de transição de sabor | 27 |
| 2.4 | Massas absolutas dos neutrinos | 28 |
| 2.5 | Propagação dos neutrinos na matéria | 29 |
| 2.6 | Oscilação de neutrinos na matéria | 32 |
| 2.7 | Efeito Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein | 33 |
| 2.8 | Hierarquia das massas | 34 |
| 3 | Oscilação de neutrinos com violação do princípio de equivalência | 36 |
| 3.1 | Porque teorizar a violação | 37 |
| 3.2 | Violação do princípio da equivalência no setor de neutrinos | 38 |
| 3.3 | Fenomenologia dos neutrinos massivos com VEP | 39 |
| 4 | Obtenção dos dados de neutrinos atmosféricos | 50 |
| 4.1 | Raios Cósmicos | 50 |
| 4.1.1 | Componentes dos raios cósmicos | 52 |
| 4.1.2 | Faixa de energias | 54 |
| 4.1.2.1 | Limitações da energia – Efeito GZK | 54 |
| 4.1.3 | Origem dos raios cósmicos | 55 |
| 4.1.4 | Modelos estatísticos | 56 |
| 4.1.5 | Produção de mésons como partículas secundárias | 56 |
| 4.1.5.1 | Píons | 57 |
| 4.1.5.2 | Káons | 60 |
| 4.2 | IceCube | 61 |
| 4.2.1 | Princípio de detecção | 61 |
| 4.2.2 | Localização | 63 |
| 4.2.3 | Estrutura do detector | 64 |
| 4.2.4 | Radiação Cherenkov | 65 |
| 4.2.5 | Interpretação dos dados dos DOMs | 67 |
| 4.2.5.1 | Tipo de partícula | 67 |
| 4.2.5.2 | Origem da partícula | 69 |
| 5 | Metodologia | 72 |
| 5.1 | Objetivos | 72 |
| 5.2 | Descrição dos dados | 73 |
| 5.3 | Construção do modelo de oscilação na presença de VEP | 76 |
| 5.4 | Consideração das incertezas nos fluxos | 79 |
| 5.5 | Método estatístico | 80 |
| 5.6 | Resultados | 82 |

| | | |
|-----|-----------------------------------|-----------|
| 5.7 | Discussão das limitações | 84 |
| | Referências bibliográficas | 87 |

Lista de figuras

- Figura 1.1 Representação das forças que os férmions elementares sentem. É possível notar uma estrutura que lembra uma boneca Matryoshka (boneca russa). Figura reproduzida de [1]. 16
- Figura 2.1 (a) Interação exclusiva de neutrinos do elétron com elétrons. (b) Interação exclusiva de antineutrinos do elétron com elétrons. (c) Interação de todos os sabores de neutrinos e antineutrinos com elétrons, quark up e quark down. Figura retirada de [19]. 30
- Figura 2.2 Representação das duas possíveis hierarquias de massa. As cores representam os componentes de sabor de cada autoestado de massa. Figura adaptada de [18] 35
- Figura 3.1 Densidade de matéria sentida por um neutrino que atravessa a Terra passando pelo centro ($\theta_z = 180^\circ$), de acordo com a distância percorrida, segundo o modelo PREM. 43
- Figura 3.2 Representação da transformação de coordenada entre x e x' . 44
- Figura 3.3 Cenário 1: Probabilidades de sobrevivência $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ com $\theta_z = 180^\circ$, para diferentes parâmetros de VEP, sendo $\phi\Delta\gamma_{31} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{21} > 0$. 46
- Figura 3.4 Cenário 2: O mesmo que a figura 3.3, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{31} > 0$ 46
- Figura 3.5 Cenário 3: O mesmo que a figura 3.3, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = \phi\Delta\gamma_{31} > 0$ 47
- Figura 3.6 Cenário 1: Probabilidades de sobrevivência $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ com $\theta_z = 180^\circ$, para diferentes parâmetros de VEP, sendo $\phi\Delta\gamma_{31} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{21} > 0$. 48
- Figura 3.7 Cenário 2: O mesmo que a figura 3.6, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{31} > 0$ 48
- Figura 3.8 Cenário 3: O mesmo que a figura 3.6, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = \phi\Delta\gamma_{31} > 0$ 49
- Figura 4.1 Taxa de contagem do contador Geiger-Müller durante o voo do foguete REXUS-17, na Suécia (latitude 68°N), até a altitude de 88 km [26]. No experimento de Hess, só foi medido até uma altitude de ~ 5 km, e por isso ele percebeu um aumento de raios cósmicos com o aumento da altitude. Quando aumentamos ainda mais a altitude, encontramos um valor de pico (máximo de Pfozter) e na sequência, uma diminuição. 51
- Figura 4.2 Abundância dos núcleos atômicos nos raios cósmicos em comparação com o sistema solar. Figura adaptada de [56]. 53

| | | |
|------------|--|----|
| Figura 4.3 | Representação dos decaimentos do pión positivo em (a) pósitron e neutrino; (b) antimúon e neutrino; com representação das velocidades e spins vistos no referencial do centro de massa do pión. Reprodução de [1]. | 59 |
| Figura 4.4 | Exemplos de interações inelásticas que criam léptons a partir dos neutrinos, possibilitando a detecção. | 62 |
| Figura 4.5 | Esquema da estrutura do IceCube. Os módulos ópticos estão em camadas profundas de gelo no polo Sul, e o laboratório na superfície, junto ao IceTop, um detector de raios cósmicos que ajuda na complementação dos dados do IceCube. Figura reproduzida de [38] | 65 |
| Figura 4.6 | Construção de Huyghens para emissão de luz de Cherenkov por uma partícula relativística. Figura reproduzida de [48]. | 66 |
| Figura 4.7 | Rastro de um múon detectado no IceCube (ID 116807,9493609). A energia mais provável do múon é de 604 TeV e a energia mais provável do neutrino é 880 TeV. [39] | 69 |
| Figura 4.8 | Cascata gerada pelo neutrino mais energético já observado pelo IceCube. Ele foi apelidado de "Ernie" e tem energia estimada de 1.14 PeV. [39] | 69 |
| Figura 4.9 | Representação esquemática de como o IceTop complementa os dados de rastros de múons obtidos pelo IceCube. Os múons mais energéticos conseguem atravessar o gelo e serem detectados no IceCube antes de decaírem devido à dilatação temporal prevista pela Relatividade Restrita. Figura reproduzida de [40]. | 71 |
| Figura 5.1 | Número de eventos esperados pelo modelo 3 (Honda+Gaisser) em cada intervalo de energia do múon e ângulo de zênite. Neste resultado, não foi considerado nenhum efeito de VEP. | 76 |
| Figura 5.2 | Número de eventos observados em cada intervalo de energia do múon e ângulo de zênite. | 76 |
| Figura 5.3 | Conjunto dos oscilogramas que mostram as probabilidades de sobrevivência do sabor muônico para quatro combinações de parâmetros de VEP, de acordo com a energia do neutrino muônico atmosférico criado e o cosseno do ângulo de zênite com que ele atravessa a Terra até chegar ao polo Sul. Nas figuras da esquerda, temos apenas um dos parâmetros nulos e nas figuras da direita, ambos os parâmetros são iguais: em cima, não-nulos, e embaixo, nulos, ou seja, sem efeito de VEP. | 78 |
| Figura 5.4 | Limites obtidos no plano $(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31})$ com 90% de nível de confiança com os dados de [41] e comparação com os resultados dos trabalhos [42, 45, 46]. | 83 |

Figura 5.5 Probabilidades de mudança de sabor $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ em diferentes combinações de parâmetros de VEP. Diferentemente da probabilidade de sobrevivência do múon, os efeitos de VEP são mais intensos no neutrino eletrônico quando ambos os parâmetros de VEP são iguais, e menos intensos quando um deles é nulo.

Lista de tabelas

| | | |
|------------|---|----|
| Tabela 4.1 | Composição dos raios cósmicos | 52 |
| Tabela 4.2 | Probabilidades da helicidade coincidir com a quiralidade de acordo com a velocidade β , para os casos de spin (s) paralelo e antiparalelo em relação ao momento (p) | 59 |
| Tabela 5.1 | Parâmetros de incômodo do fluxo atmosférico utilizados na estatística χ^2 , e suas incertezas [43]. | 81 |

Lista de Abreviaturas

BAO – Baryon Acoustic Oscillations

CMB – Cosmic Microwave Background

CKM – Cabibbo–Kobayashi–Maskawa

CP – Charge-Parity

MSW – Mikheyev–Smirnov–Wolfenstein

PMNS – Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata

SNO – Sudbury Neutrino Observatory

VEP – Violation of Equivalence Principle

A ciência é mais uma forma de pensar do que um conjunto de conhecimentos. Seu objetivo é descobrir como o mundo funciona, buscar quais regularidades podem existir, penetrar nas conexões das coisas - desde partículas subatômicas, que podem ser os constituintes de toda matéria, até organismos vivos, a comunidade social humana e daí para o cosmos como um todo.

Carl Sagan, *Cérebro de Broca: Reflexões sobre o Romance da Ciência*.

1 Introdução

Os neutrinos são partículas elementares que, bem diferente dos outros férmions do modelo padrão, são extremamente elusivas. Por interagirem com outras partículas somente por meio da interação fraca, são muito difíceis de detectar.

Enquanto os quarks interagem por meio de todas as forças do modelo padrão (forte, fraca e eletromagnética) e os léptons carregados interagem através das forças eletromagnética e fraca, os neutrinos, em seus três estados de sabor, interagem com outras partículas apenas através dos dois bósons massivos da força fraca (Z^0 e W^\pm). Essa estrutura está representada na figura 1.1.

Todas as partículas também interagem gravitacionalmente, entretanto não há ainda uma teoria quântica da gravidade para incorporar ao modelo padrão devido às muitas dificuldades teóricas. Unir uma teoria clássica, que é a Teoria da Relatividade Geral, e que trata a gravidade como uma curvatura do espaço-tempo causada pela presença de massa e energia, com uma Teoria Quântica de Campos, em que o modelo padrão é baseado, não é uma tarefa simples e todas as tentativas até agora geraram teorias complexas e difíceis de comprovar.

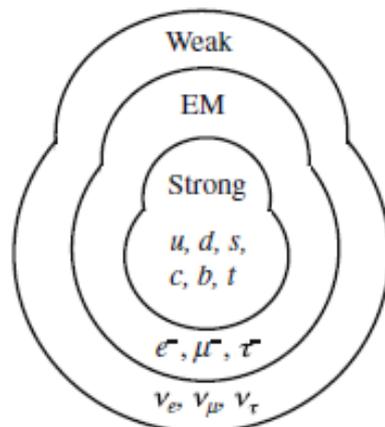


Figura 1.1: Representação das forças que os férmions elementares sentem. É possível notar uma estrutura que lembra uma boneca Matryoshka (boneca russa). Figura reproduzida de [1].

Pensando justamente em avançar nessa área, este trabalho busca descobrir restrições em parâmetros de algumas teorias de gravidade quântica. Em algumas delas, existe uma leve violação do princípio da equivalência que poderia ser detectada em experimentos com neutrinos. Mas antes, precisamos entender o que é o neutrino e suas propriedades.

Em 1930 o neutrino foi proposto pela primeira vez por Wolfgang Pauli (e em seguida, a hipótese foi aprimorada por outros físicos, como Enrico Fermi) como uma partícula de massa nula ou muito pequena, sem carga elétrica e com spin $\frac{1}{2}$. A ideia do neutrino vem de uma solução “criativa” (que alguns podem interpretar como desesperada) para explicar o espectro de energia dos elétrons no decaimento beta dos núcleos atômicos.

A proposta da existência dessa partícula não foi facilmente aceita a princípio, além de haver outras hipóteses concorrentes para explicar o espectro do decaimento beta, como a "teoria K-U", proposta por Emil Konopinski e George Uhlenbeck [2]. Esta última foi sendo deixada de lado aos poucos devido a divergências experimentais. Entretanto, mesmo sem uma detecção do neutrino, ainda era melhor pensar na existência de uma partícula fantasmagórica que aceitar uma hipótese ainda mais dramática, que envolve a violação de princípios muito básicos e fundamentais da física: a não-conservação da energia e do momento angular.

Desde então, muitas tentativas de detecção desta pequena partícula neutra foram feitas. Devido à sua interação extremamente fraca e improvável, a sua existência só foi confirmada por experimentos com reatores nucleares em 1956, como o experimento de Cowan-Reines no Laboratório Nacional de Los Alamos [3], Estados Unidos. Nesse experimento, foram detectados antineutrinos do elétron que interagem com prótons da água de um grande tanque, produzindo um nêutron e um pósitron. Esta reação é nomeada como “decaimento beta invertido”.

Outros experimentos foram feitos em seguida, como o experimento de Raymond Davis Jr. (Homestake, Dakota do Sul, EUA) para a detecção de neutrinos solares usando o processo β inverso $Cl^{37}(\nu, e^-)Ar^{37}$. Suas primeiras tentativas de detecção de neutrinos usando essa reação foram na década de 50, mas sem sucesso, devido à baixa sensibilidade do experimento [4]. Porém, nos anos 60 o experimento na mina de Homestake foi idealizado e começaram as tomadas de dados até as décadas seguintes [5, 6]. Estranhamente, o número de neutrinos que foram detectados era significativamente menor que o número esperado pelo Modelo Padrão da época. Com todo o conhecimento prévio das reações nucleares no Sol e da seção de choque dos neutrinos, os resultados experimentais não faziam sentido. Essa questão ficou conhecida

como o “problema dos neutrinos solares”.

Para explicar esse problema, algumas hipóteses foram levantadas em várias direções. Desde mudanças nas reações nucleares previamente teorizadas do Sol, pensando-se até mesmo que o Sol poderia estar passando por uma mudança recente na taxa de fusão nuclear que ainda não teria sido vista pelos fótons emitidos atualmente, pois eles demoram milhões de anos para chegar à superfície. Outra hipótese levantada foi a possibilidade de propriedades não-padrão de partículas neutras (lembrando que o neutrino seria o único férmion neutro do modelo padrão), que poderiam explicar uma seção de choque dos neutrinos menor que o esperado.

Também foram teorizados modelos de oscilações por mistura dos estados de massa e sabor, que implicava que os neutrinos mudariam de sabor à medida que viajassem pelo espaço vazio entre o Sol e a Terra, e como os experimentos estavam desenhados para detectar apenas o neutrino eletrônico, a anomalia era vista. O efeito MSW, se agregaria à última teoria levando em conta que a variação de densidade do meio em que o neutrino se propaga muda o padrão de oscilações [7]. No caso dos neutrinos solares, seria relevante para o cálculo das probabilidades de mudança de sabor, saber o padrão de densidade das camadas interiores do Sol.

Mais tarde, experimentos com neutrinos atmosféricos, como os feitos no Kamiokande e Super-Kamiokande na década de 1980, também detectaram anomalias na quantidade de neutrinos esperada [8], que foi confirmada de forma inambígua pela primeira vez em 1998 [9, 10]. Eles buscavam neutrinos muônicos provenientes dos decaimentos de píons e káons produzidos pelos raios cósmicos na atmosfera terrestre.

Apenas na década de 2000, com experimentos como o SNO (Sudbury Neutrino Observatory)[11], foi confirmada a oscilação de sabores dos neutrinos, concordando com os valores esperados da oscilação no vácuo e efeito MSW na matéria. Este experimento mostrou que os neutrinos solares não desapareciam, mas sim, mudavam de sabor. Isso se deu porque ele foi projetado para detectar não apenas os neutrinos eletrônicos, mas também os muônicos e tauônicos, diferentemente dos experimentos anteriores.

Na década de 2010, experimentos para detecção de neutrinos de reatores foram refeitos, mas agora foi levado em consideração a distância entre o reator que produz os neutrinos e o detector. A oscilação de neutrinos depende diretamente da distância, e ao posicionar os detectores em distâncias variando em média entre 1 e 2 km do reator, foi possível constatar em experimentos como o Daya Bay [12] (China), RENO [13] (Coreia do Sul) e Double Chooz [14](França) uma queda na detecção de neutrinos eletrônicos em função da

distância, o que serviu para complementar o conhecimento sobre a oscilação de sabores e fazer medições precisas do ângulo de mistura θ_{13} .

A mistura entre autoestados de massa e de sabor, junto ao efeito MSW, explicou o problema dos neutrinos solares de forma simples e elegante, sem necessidade de mudar teorias já vigentes sobre o Sol ou propriedades fundamentais do modelo padrão, porém introduziu a necessidade de pelo menos dois dos três sabores de neutrinos terem uma massa não-nula. Anteriormente, se pensava que os neutrinos teriam massa nula, já que o modelo padrão não previa nenhum mecanismo que daria massa a essas partículas. Por isso, a descoberta da oscilação de neutrinos solares e atmosféricos devido às diferenças de massas é o exemplo mais concreto que temos de física além do modelo padrão experimentalmente verificada, e foi uma das descobertas mais significativas na física de partículas, explicando de forma robusta diversos resultados. No entanto, até o momento, o mecanismo de obtenção de sua massa extremamente pequena não está claro e é uma área de pesquisa ativa na física de partículas. Também é difícil saber com precisão quais são os valores dessas massas tão ínfimas. Hoje temos apenas algumas restrições, como soma das massas dos neutrinos menor que 0,12 eV [15], além de restrições dos parâmetros de oscilação de pelo menos 50 meV para a maior massa.

Neste trabalho, o que será explorado é a capacidade dos neutrinos atuarem como um interferômetro quântico nas suas oscilações, capaz de testar inúmeras hipóteses com alta sensibilidade. Como mencionado no início, a oscilação dos neutrinos de alta energia seria capaz de testar limites para a violação do princípio da equivalência que algumas teorias de gravidade quântica preveem. É importante mencionar também qual o sistema de unidades usado nessa dissertação. Em todo o seu desenvolvimento, estamos usando as unidades naturais mais comum na física de partículas. Isto significa que consideramos $c = \hbar = 1$, e com isso as outras unidades ficam como funções de elétron-volt (eV).

No capítulo 2, será detalhado os princípios físicos e matemáticos da oscilação de neutrinos padrão, sem nenhum efeito adicional de VEP. É revisada a oscilação no vácuo, mas também como ela é modificada quando o neutrino se propaga na matéria, como acontece quando ele passa pelo interior do Sol ou da Terra.

No capítulo 3, é estudado quais seriam os efeitos de uma possível violação do princípio da equivalência na família dos neutrinos. É apresentado o mecanismo assumido dessa violação nesta análise e a justificativa dessa escolha. Além disso, analisamos como a oscilação se daria para cada faixa de energia dos neutrinos que atravessam o globo terrestre.

No capítulo 4, exploramos a origem dos dados experimentais usados neste trabalho. É detalhado o que são os raios cósmicos, seus componentes originais e energias, quais partículas eles produzem ao chegarem na atmosfera, e como elas produzem neutrinos. Revisamos também o funcionamento do detector de neutrinos no polo Sul terrestre: o IceCube. Como o experimento funciona tecnicamente e como é feita a obtenção e interpretação de dados.

Por fim, no capítulo 5, é apresentada a análise dos dados experimentais usando a estatística de chi-quadrado, testando diversos parâmetros possíveis de VEP em um ano de dados de neutrinos atmosféricos do IceCube, comparando com trabalhos similares feitos anteriormente, e discutimos como seria possível melhorar os limites.

2

Oscilação de sabores dos neutrinos

Ao longo dos anos, diversos experimentos têm medido os parâmetros da oscilação dos três sabores conhecidos de neutrinos. Para entendermos que parâmetros são esses, devemos esclarecer primeiro como esse fenômeno funciona. Para isso, apoiamo-nos na Mecânica Quântica, já que esse fenômeno não possui nenhum análogo clássico direto.

Analisando com mais profundidade como é a interação dos neutrinos com a matéria, vemos que os neutrinos podem interagir com outras partículas através apenas dos dois bósons da interação fraca: o bóson Z^0 , que seria neutro, e o bóson W^\pm , que possui carga elétrica. Numa interação de absorção ou emissão de um bóson W , o sabor das partículas sempre muda, justamente pelo fato do bóson ser carregado.

Quando os neutrinos interagem através dos bósons Z^0 , eles podem estar em qualquer estado de sabor, incluso uma superposição deles, mas quando a interação é mediada pelo bóson W^\pm , eles terminam sempre em um de seus autoestados de sabor leptônico, associados à família do elétron, múon ou tau. Ou seja, são neutrinos (ou antineutrinos) do elétron, do múon ou do tau, e só podem formar vértice com os léptons carregados correspondentes. Como consequência, todos os neutrinos nascem em um estado puro de sabor, o qual depende de qual foi a interação que o originou.

Entretanto, esse estado de sabor não pode se manter no tempo devido a efeitos quânticos. O fenômeno é gerado pelo fato de que os neutrinos possuem três autoestados de massa que são diferentes dos autoestados de sabor.

$$\begin{bmatrix} \nu_\epsilon \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix}$$

O Hamiltoniano que determina a evolução dos estados de massa não é diagonalizável pela mesma base que diagonaliza o Hamiltoniano dos estados de sabor. Esse não é um fenômeno exclusivo dos léptons; existe também uma mistura no setor dos quarks, determinada pela matriz CKM. Para os quarks, a mistura entre estados de massa e sabor não é muito grande, e além disso, as

grandes diferenças entre as massas dos quarks impede o fenômeno de oscilação. Porém, no setor dos neutrinos, esse fenômeno quântico é perceptível.

Como cada estado de massa evolui no tempo em uma taxa diferente, de acordo com a equação de Schrödinger, isso provoca uma interferência nos estados de sabor, que são uma mistura dos autoestados de massa, detectada como uma mudança de um estado de sabor para outro durante a propagação. Matematicamente, temos que cada autoestado de sabor pode ser descrito da seguinte forma:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (2-1)$$

sendo

$$\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}, \quad \langle \nu_i | \nu_j \rangle = \delta_{ij}.$$

Equivalentemente, os autoestados de massa podem ser escritos:

$$|\nu_i\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle. \quad (2-2)$$

Isso pode ser descrito de forma completa em um cenário para três sabores de neutrinos, em que $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ e $i, j = 1, 2, 3$, através da multiplicação matricial:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1}^* & U_{e2}^* & U_{e3}^* \\ U_{\mu1}^* & U_{\mu2}^* & U_{\mu3}^* \\ U_{\tau1}^* & U_{\tau2}^* & U_{\tau3}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}. \quad (2-3)$$

A matriz 3×3 que vemos na equação (2-3) é a matriz Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS) e será chamada de ‘ U ’ ao longo deste trabalho. Trata-se de uma matriz unitária devido à conservação de probabilidade, e seus valores são determinados pelo produto matricial de três matrizes de rotação.

Em geral, uma matriz unitária 3×3 seria parametrizada por 9 parâmetros: 3 ângulos de mistura e 6 fases. Entretanto, cinco dessas fases, para o caso de neutrinos do tipo "Dirac", podem ser reabsorvidas pelas redefinições de estados dos neutrinos, ou seja, essas 5 fases não têm nenhum significado físico por não haver experimento que possa distinguí-las, e por isso os parâmetros se reduzem a 3 ângulos de mistura e 1 fase de violação de carga-paridade (CP).

Caso os neutrinos sejam do tipo Majorana, apenas 3 das redefinições são possíveis, e a matriz teria 3 ângulos e 3 fases, porém essas duas fases adicionais só seriam observáveis em outros processos: os processos de violação de número

leptônico (como o duplo decaimento beta sem neutrinos), não alterando as probabilidades de oscilação.

$$U_{Dirac} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\phi_{13}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\phi_{13}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2-4)$$

onde

$$c_{ij} = \cos \theta_{ij}, \quad s_{ij} = \sin \theta_{ij} .$$

Caso os neutrinos sejam partículas de Dirac, $U = U_{Dirac}$. Mas caso os neutrinos sejam do tipo “Majorana”, o que significa dizer que eles seriam sua própria antipartícula, as outras duas fases existentes na matriz PMNS estariam na forma:

$$U_{Majorana} = U_{Dirac} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (2-5)$$

E como na oscilação a matriz PMNS é usada na forma $U \cdot M^2 \cdot U^\dagger$, no final essas fases de Majorana sempre acabam se anulando.

Os neutrinos serem partículas de Dirac ou de Majorana ainda é uma questão em aberto e uma área de estudo ativo na física. Se os neutrinos fossem partículas de massa nula, não seria possível distinguir com nenhum experimento se sua natureza é de Dirac ou Majorana, e isso por si só resolveria a questão. Mas como sabemos que pelo menos dois autoestados de massa não podem ser nulos devido à observação do fenômeno da oscilação de sabores, há esse campo de estudo a se explorar.

A maior dificuldade experimental é que apesar da massa não ser nula, ela é muito pequena comparada às energias típicas em que os neutrinos são detectados, sempre ultrarrelativísticos. Neutrinos de baixíssimas energias teoricamente existem e poderiam solucionar essa questão, mas em baixas energias sua seção de choque é tão pequena que torna a detecção desses neutrinos um grande desafio.

Entretanto, como estamos analisando apenas as probabilidades de oscilação, a natureza do neutrino não influencia nesse trabalho, e por simplicidade vamos considerar a partir daqui os neutrinos como uma partícula de Dirac, e reescrever a matriz U :

$$U = U_{Dirac} ,$$

e como ϕ_{13} é a única fase de violação de CP, definimos $\phi_{13} \equiv -\delta_{CP}$:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{13}s_{12}s_{23}e^{i\delta_{CP}} & c_{13}s_{23} \\ -s_{13}c_{12}c_{23}e^{i\delta_{CP}} + s_{12}s_{23} & -s_{23}c_{12} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta_{CP}} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} . \quad (2-6)$$

2.1

Aproximação ultrarrelativística da energia

Os neutrinos possuem uma massa muito pequena, e por isso quase sempre podemos usar o limite ultrarrelativístico nos cálculos. Nesse limite, $E \approx p$, onde p é o módulo do momento linear. Começamos com a relação relativística:

$$E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} = p_i \sqrt{1 + \frac{m_i^2}{p_i^2}} . \quad (2-7)$$

Podemos chegar a uma aproximação da energia através da expansão de Maclaurin, fazendo com que $\frac{m_i^2}{p_i^2} \approx 0$:

$$E_i \approx p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} , \quad (2-8)$$

$$\boxed{E_i \approx E + \frac{m_i^2}{2E}} . \quad (2-9)$$

Sendo E , a energia média do neutrino quando desprezamos a contribuição da massa. Com isso, temos que a diferença de energia entre dois autoestados de massa é:

$$E_i - E_j = E + \frac{m_i^2}{2E} - \left(E + \frac{m_j^2}{2E} \right) , \quad (2-10)$$

$$E_i - E_j = \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E} = \boxed{\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}} , \quad (2-11)$$

onde $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$ é a diferença dos quadrados de duas massas.

2.2

Evolução temporal dos estados no vácuo

A evolução temporal dos estados dos neutrinos é dada pela equação de Schrödinger, ou pelo operador de evolução S . Nas próximas expressões, quando não especificado diferente, consideramos que os estados representados na notação de Dirac estão nos estados iniciais ($t = 0$).

Podemos expressar um estado qualquer do neutrino em termos dos autoestados de massa ou dos autoestados de sabor, isto é:

$$|\nu\rangle = \underbrace{\left(\sum_i A_i |\nu_i\rangle\right)}_{\text{masa}} = \underbrace{\left(\sum_\alpha A_\alpha |\nu_\alpha\rangle\right)}_{\text{sabor}}, \quad (2-12)$$

onde $A_{i/\alpha}$ são números complexos de tal forma que:

$$\sum_i A_i A_i^* = \sum_\alpha A_\alpha A_\alpha^* = 1. \quad (2-13)$$

Para garantir a normalização do estado $|\nu\rangle$. Em um cenário de três gerações de neutrinos, teríamos $i = 1, 2, 3$ e $\alpha = e, \mu, \tau$.

Resolvendo a equação de Schrödinger $\hat{H}|\nu\rangle = i\partial|\nu\rangle/\partial t$, o estado de neutrino no tempo t pode ser escrito (usando o operador de evolução S):

$$\boxed{|\nu(t)\rangle = \hat{S}(t)|\nu\rangle = e^{-i\hat{H}t}|\nu\rangle}. \quad (2-14)$$

No vácuo, o Hamiltoniano é diagonal na base de massas, o que implica uma evolução trivial:

$$\hat{H}|\nu_i\rangle = E_i|\nu_i\rangle \quad \text{e} \quad \hat{H}|\nu\rangle = \sum_i E_i A_i |\nu_i\rangle. \quad (2-15)$$

Então,

$$|\nu(t)\rangle = \sum_i e^{-iE_i t} A_i |\nu_i\rangle. \quad (2-16)$$

Escrevendo-o na base das massas, temos:

$$\hat{H} = \sum_{ij} |\nu_i\rangle\langle\nu_i|\hat{H}|\nu_j\rangle\langle\nu_j| = \sum_{ij} H_{ij} |\nu_i\rangle\langle\nu_j|, \quad (2-17)$$

e analogamente, na base dos sabores:

$$\hat{H} = \sum_{\alpha\beta} H_{\alpha\beta} |\nu_\beta\rangle\langle\nu_\alpha|. \quad (2-18)$$

A matriz explícita do Hamiltoniano, na base das massas, para três gerações de neutrinos, é da seguinte forma:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}. \quad (2-19)$$

Usando a aproximação da equação (2-9), teremos:

$$\hat{H} \approx \begin{pmatrix} E + \frac{m_1^2}{2E} & 0 & 0 \\ 0 & E + \frac{m_2^2}{2E} & 0 \\ 0 & 0 & E + \frac{m_3^2}{2E} \end{pmatrix}, \quad (2-20)$$

ou

$$\hat{H} \approx E \cdot I + \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix}. \quad (2-21)$$

Ou em termos de seus elementos:

$$H_{ij} = \delta_{ij} \left(E + \frac{m_i^2}{2E} \right). \quad (2-22)$$

Podemos calcular os elementos da matriz do Hamiltoniano na base de sabor da seguinte forma:

$$H_{\alpha\beta} = \langle \nu_\alpha | \hat{H} | \nu_\beta \rangle = \sum_{ij} H_{ij} \langle \nu_\alpha | \nu_i \rangle \langle \nu_j | \nu_\beta \rangle, \quad (2-23)$$

$$H_{\alpha\beta} = \sum_{ij} U_{i\alpha}^* H_{ij} U_{j\beta}. \quad (2-24)$$

E agora, aplicando a equação (2-22):

$$\boxed{H_{\alpha\beta} = \sum_i U_{i\alpha}^* U_{i\beta} E_i}. \quad (2-25)$$

Podemos simplificar os cálculos redefinindo o resultado do operador \hat{S} a menos de uma fase global correspondente a energia E_1 , pois fases globais aplicadas aos estados não modificam nenhum observável. Isto é equivalente a definirmos um novo Hamiltoniano na base de massas como mostrado a seguir. Usando a notação da equação (2-11) para a diferença dos quadrados das massas, o novo hamiltoniano será:

$$\hat{H} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}. \quad (2-26)$$

Com este Hamiltoniano, o operador \hat{S} na base de massas pode ser escrito explicitamente:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\Delta m_{21}^2 t}{2E}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\frac{\Delta m_{31}^2 t}{2E}} \end{pmatrix}. \quad (2-27)$$

2.3

Probabilidade de transição de sabor

Agora que já temos a evolução temporal dos estados de sabor dos neutrinos, podemos calcular a amplitude de oscilação de sabor:

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = S_{\alpha\beta} = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \langle \nu_\beta | \hat{S} | \nu_\alpha \rangle, \quad (2-28)$$

onde o $S_{\alpha\beta}$ pode ser escrito:

$$S_{\alpha\beta} = \sum_{ij} \langle \nu_\beta | \nu_i \rangle \langle \nu_i | \hat{S} | \nu_j \rangle \langle \nu_j | \nu_\alpha \rangle = \sum_{ij} U_{\beta i} \delta_{ij} e^{-i \frac{\Delta m_{i1}^2 t}{2E}} U_{\alpha j}^* = \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-i \frac{\Delta m_{i1}^2 t}{2E}}. \quad (2-29)$$

A partir desse resultado, calculamos a probabilidade de transição do estado α para β ao longo do tempo t :

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |S_{\alpha\beta}|^2 = \sum_{ij} \left(U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-i \frac{\Delta m_{i1}^2 t}{2E}} \right) \left(U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{i \frac{\Delta m_{j1}^2 t}{2E}} \right), \quad (2-30)$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = \sum_{ij} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i \frac{\Delta m_{ij}^2 t}{2E}}. \quad (2-31)$$

Como os neutrinos considerados são ultrarrelativísticos, é possível fazer a substituição de que $t \approx L$, por eles se moverem quase na velocidade da luz. Então:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = \sum_{ij} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}}. \quad (2-32)$$

Para exemplificar, simplificando os cálculos, vamos encontrar a fórmula para uma situação de duas gerações de neutrinos, a partir deste resultado. Os dois autoestados de sabor serão chamados α e β , e os autoestados de massa serão 1 e 2. Nesta situação, a matriz PMNS de mistura, U , é da forma:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{\alpha 1} & U_{\alpha 2} \\ U_{\beta 1} & U_{\beta 2} \end{pmatrix}. \quad (2-33)$$

Os parâmetros da matriz de duas dimensões se reduzem a um único ângulo de rotação. A probabilidade na equação (2-32) será

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = U_{\beta 1} U_{\alpha 1}^* U_{\beta 1}^* U_{\alpha 1} e^{-i \frac{\Delta m_{11}^2 L}{2E}} + U_{\beta 1} U_{\alpha 1}^* U_{\beta 2}^* U_{\alpha 2} e^{-i \frac{\Delta m_{12}^2 L}{2E}} \\ + U_{\beta 2} U_{\alpha 2}^* U_{\beta 1}^* U_{\alpha 1} e^{-i \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E}} + U_{\beta 2} U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2}^* U_{\alpha 2} e^{-i \frac{\Delta m_{22}^2 L}{2E}}.$$

Perceba que como os elementos da matriz U são todos reais para este caso, não precisamos nos preocupar em calcular os complexos conjugados, pois

serão iguais, e a equação se reduz para:

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = & (U_{\beta 1})^2 (U_{\alpha 1})^2 \\
& + U_{\beta 1} U_{\alpha 1} U_{\beta 2} U_{\alpha 2} \left(e^{-i \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E}} + e^{i \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E}} \right)^2 \cos \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right) \\
& + (U_{\beta 2})^2 (U_{\alpha 2})^2 .
\end{aligned} \tag{2-34}$$

Fazendo as devidas substituições, com um pouco de desenvolvimento algébrico e usando relações trigonométricas de seno e cosseno, chegamos ao resultado da probabilidade de transição em duas gerações:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) . \tag{2-35}$$

E como consequência, a probabilidade de sobrevivência será

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(L) = 1 - \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) . \tag{2-36}$$

O mesmo desenvolvimento pode ser feito para os antineutrinos, com uma única modificação na matriz PMNS:

$$U \rightarrow U^* .$$

Para três gerações temos quatro parâmetros da matriz PMNS e duas diferenças de massa, totalizando seis parâmetros independentes. Sabendo o valor desses parâmetros medidos experimentalmente, podemos calcular a probabilidade de transição ou de sobrevivência de um sabor de neutrino que se propaga no vácuo apenas com sua energia e a distância da fonte onde ele foi emitido.

2.4

Massas absolutas dos neutrinos

Como vimos, a probabilidade de oscilação depende apenas das diferenças dos quadrados de massas e não das massas absolutas dos autoestados. Assim, a oscilação dos neutrinos não é capaz de medir diretamente os valores das massas.

Apesar disso, o fato de haver oscilação nos informa que ao menos duas dessas massas são não-nulas e a medição com suficiente precisão, nos dá limites de valores mínimos para os autoestados de massa. Atualmente, temos os valores [15]:

$$\Delta m_{21}^2 = (7, 50_{-0,20}^{+0,22}) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 , \tag{2-37}$$

$$\Delta m_{32}^2 \approx \Delta m_{31}^2 = (2,55^{+0,02}_{-0,03}) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ }^1, \quad (2-38)$$

que, considerando o caso extremo em que a massa do autoestado 1 é nula, nos dá os limites inferiores:

$$m_2 \geq \sqrt{\Delta m_{21}^2} = 8,7 \text{ meV} \quad (2-39)$$

e

$$m_3 \geq \sqrt{\Delta m_{31}^2} = 50 \text{ meV} . \quad (2-40)$$

Outros limites também foram traçados por diversos métodos. Um deles seria o limite de soma das massas por observações cosmológicas. Usando CMB+BAO (radiação cósmica de fundo e oscilações acústicas bariônicas) encontrou-se um limite superior de $\sum m_\nu < 0,12 \text{ eV}$ com 95% de nível de confiança, e um limite inferior de $\sum m_\nu > 0,06 \text{ eV}$ [15].

Um experimento mais recente, KATRIN, está buscando medir com alta precisão a massa absoluta dos neutrinos por meio de espectroscopia, medindo o espectro de energia dos elétrons do decaimento beta do trítio. O KATRIN estabelece limite na massa efetiva do ν_e definida por $m(\nu_e) = \sqrt{\sum_i |U_{ei}^2| m_i^2}$, e já temos um valor de $m(\nu_e) < 0,8 \text{ eV}$ com 90% CL [16].

2.5

Propagação dos neutrinos na matéria

No vácuo, vimos que os neutrinos evoluem de forma relativamente simples. Esta análise é uma ótima aproximação para estudar os neutrinos que se propagam no espaço sideral. Entretanto, nos casos reais estudamos muitas vezes a oscilação de neutrinos que passaram por dentro de meios densos, como por exemplo: a propagação no interior do Sol, ou neutrinos que passam por dentro da Terra antes de chegar ao detector. Como consequência, suas probabilidades de oscilação são alteradas devido à interação através da força fraca deles com os quarks dos prótons e nêutrons, além dos elétrons desses meios.

A presença de matéria submete os neutrinos a um potencial, que seria um fenômeno análogo à refração que fótons sofrem ao passar por um meio material transparente, sendo este potencial análogo ao índice de refração. Os neutrinos recebem uma fase especial devido a esse efeito de matéria, tanto pela corrente carregada (bósons W^\pm) quanto pela corrente neutra (bóson Z^0). Na figura 2.1 estão representados todos os diagramas das interações que promovem o efeito de matéria.

¹Estamos assumindo o caso da hierarquia normal das massas, em detrimento da hierarquia invertida, tema abordado com maior profundidade na seção 2.8

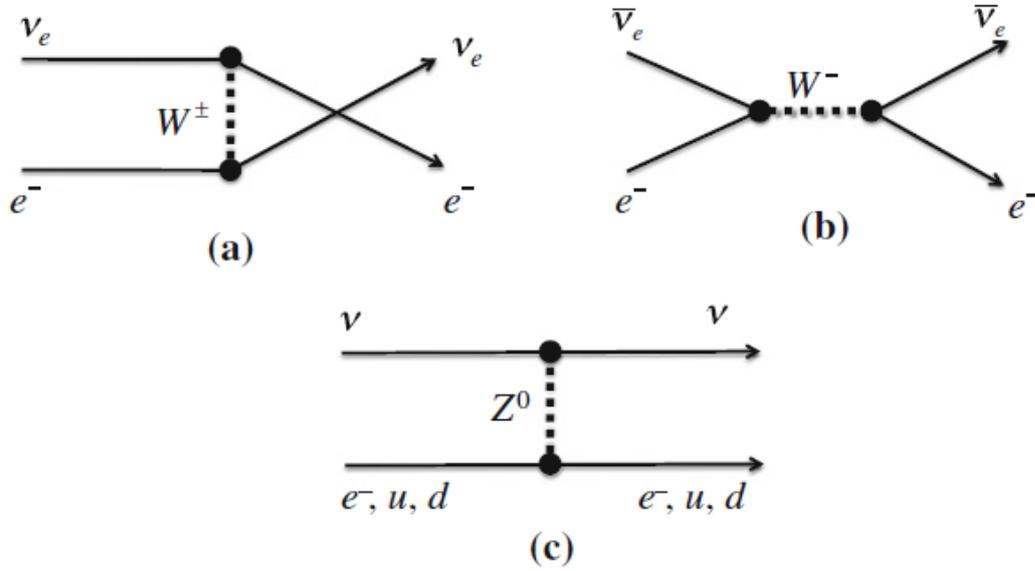


Figura 2.1: (a) Interação exclusiva de neutrinos do elétron com elétrons. (b) Interação exclusiva de antineutrinos do elétron com elétrons. (c) Interação de todos os sabores de neutrinos e antineutrinos com elétrons, quark up e quark down. Figura retirada de [19].

Nos diagramas desse efeito, as partículas finais devem ser iguais às iniciais. Nota-se que enquanto todos os neutrinos participam da corrente neutra, apenas neutrinos e antineutrinos do elétron podem participar da corrente carregada nessas condições. Isto se dá porque os neutrinos do múon e do tau teriam que participar da corrente carregada com múons e taus, que são partículas instáveis e por isso suas densidades na matéria ordinária são desprezíveis.

Primeiramente, calculamos a corrente neutra. A expressão do potencial para a contribuição da corrente neutra é a soma das contribuições da corrente neutra na interação com o elétron, com o próton e com o nêutron. Nos cálculos, estamos considerando que as partículas com as quais o neutrino interage estão em repouso, ou velocidades baixas. Para todos os sabores de neutrino, o resultado do potencial da corrente neutra é o mesmo:

$$V_Z = V_Z(e) + V_Z(p) + V_Z(n) . \quad (2-41)$$

As contribuições do elétron e do próton, assumindo que estamos nos referindo a um meio eletricamente neutro, se cancelam. Com isso, podemos calcular o potencial da corrente neutra usando apenas a contribuição gerada pelos nêutrons. A dedução em detalhes das expressões de cada potencial a partir da Lagrangiana efetiva de interação fraca pode ser encontrada em [17].

$$V_Z = V_Z(n) , \quad (2-42)$$

$$V_Z = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_n(\vec{x}) , \quad (2-43)$$

onde G_F é a constante de Fermi, $n_n(\vec{x})$ é a densidade numérica de nêutrons em função da coordenada de posição. Em um cenário em que existem apenas neutrinos de sabores que interagem com os outros férmions através da corrente neutra, essa contribuição de fase de V_Z é igual para todos os sabores de neutrinos, e assim se torna uma fase global que não altera as probabilidades de oscilação, e por isso pode ser ignorada para simplificar os cálculos.

Em outros cenários, como de neutrinos estéreis que não interagem com a matéria ordinária através do bóson Z^0 , ou uma situação de altíssima densidade de neutrinos e/ou antineutrinos em que a interação neutrino-neutrino passa a ser relevante, essa fase não é mais global e por isso não pode ser desconsiderada.

O potencial da corrente neutra para os antineutrinos segue o mesmo cálculo, mudando apenas o sinal:

$$\overline{V}_Z = -V_Z = \frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_n(\vec{x}) . \quad (2-44)$$

Agora, consideremos o potencial da corrente carregada. Esse potencial se aplica apenas aos neutrinos do elétron como foi discutido anteriormente.

$$V_W = \sqrt{2}G_F n_e(\vec{x}) . \quad (2-45)$$

Para os antineutrinos, igualmente o potencial tem apenas o sinal invertido:

$$\overline{V}_W = -V_W = -\sqrt{2}G_F n_e(\vec{x}) . \quad (2-46)$$

O valor da densidade numérica de elétrons pode ser estimado a partir do número de Avogadro e com a densidade do meio. Podemos considerar que no caso da matéria neutra, o número de elétrons é igual ao de prótons e assim o número de elétrons em um mol do material é o número atômico médio (Z) multiplicado pelo número de Avogadro. Enquanto isso, a densidade do meio (ρ) dividida pelo número de massa (A) nos fornece quantos mols ocupam uma unidade de volume. O produto desses dois valores resulta na densidade numérica dos elétrons:

$$n_e[V^{-1}] = (6,0 \cdot 10^{23} [\text{mol}^{-1}] \cdot Z) \cdot \left(\rho[\text{M} \cdot \text{V}^{-1}] \cdot \frac{1}{A[\text{M} \cdot \text{mol}^{-1}]} \right)$$

ou, simplesmente,

$$n_e(\vec{x}) = 6,0 \cdot 10^{23} \cdot \frac{Z}{A} \cdot \rho(\vec{x}) . \quad (2-47)$$

A razão Z/A pode ser estimada considerando que a maioria dos elementos químicos mais leves e que são estáveis têm quantidades próximas de prótons e nêutrons, exceto pelo hidrogênio, que no seu isótopo mais abundante não tem

nêutrons. Portanto, a razão Z/A é 0,5 para elementos abundantes mais pesados que o hidrogênio e 1 para o hidrogênio, e a razão Z/A média é estimada a partir da média ponderada da abundância de hidrogênio em relação aos outros elementos no material analisado.

Para o planeta Terra, por exemplo, temos proporcionalmente pouco hidrogênio em relação aos outros elementos com a razão $Z/A \approx 0,5$. Por esse motivo, ao estudarmos o efeito da matéria em neutrinos que passam por dentro da Terra, usamos este valor.

2.6 Oscilação de neutrinos na matéria

Para calcularmos as probabilidades de oscilação na matéria é necessário que somemos ao Hamiltoniano do vácuo os potenciais que envolvem o efeito de matéria. Como não estamos considerando outras gerações de neutrinos além das três conhecidas, vamos ignorar o potencial gerado pela corrente neutra e somar apenas o potencial da corrente carregada que afeta o neutrino do elétron, o qual damos o nome de ‘ V ’. Assim, na base dos sabores:

$$\hat{H}_{CC} = \pm V(\vec{x}) \cdot \text{diag}(1, 0, 0) = \pm \sqrt{2} G_F n_e(\vec{x}) \cdot \text{diag}(1, 0, 0) \quad \begin{cases} + & \text{para } \nu \\ - & \text{para } \bar{\nu} \end{cases} . \quad (2-48)$$

Portanto, o Hamiltoniano completo na base de sabores para o neutrino com efeito de matéria é:

$$\hat{H}_{M_s} = \hat{H}_{\text{vácuo}_s} + \hat{H}_{CC} = \frac{1}{2E} U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} V(\vec{x}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (2-49)$$

Para os antineutrinos, fazemos as substituições:

$$U \rightarrow U^* \quad \text{e} \quad V \rightarrow -V . \quad (2-50)$$

Então, a equação que descreve a evolução temporal dos sabores de neutrinos na presença de matéria é a equação de Schrödinger neste formato:

$$i \frac{d\nu_\alpha}{d\vec{x}} = \left(\frac{1}{2E} U M^2 U^\dagger + \hat{H}_{CC} \right) \nu_\beta . \quad (2-51)$$

A solução dessa equação fornece a evolução temporal dos estados de sabor com o efeito de matéria. Assim, para cada energia E do feixe de neutrinos,

calcula-se a probabilidade de transição de sabor após percorrer um certo caminho.

Devido a esse novo potencial, os neutrinos eletrônicos sofrem uma defasagem em relação aos muônicos e tauônicos, e isto afeta as probabilidades de oscilação. Em um trecho em que o potencial da matéria é constante, esse novo Hamiltoniano de matéria pode ser interpretado também como tendo a mesma estrutura do Hamiltoniano do vácuo, mas com os parâmetros modificados, ou seja, com novos ângulos de mistura e diferenças de massa:

$$\hat{H}_{M_m} = U_M^\dagger \hat{H}_{M_s} U_M = U_M^\dagger \left(\frac{1}{2E} U M^2 U^\dagger + \hat{H}_{CC} \right) U_M , \quad (2-52)$$

onde a matriz unitária U_M é a matriz que diagonaliza o Hamiltoniano de sabor na matéria, na base dos estados de massa. O resultado dessa diagonalização nos dá novas massas efetivas, que podem ser reduzidas a novas diferenças de massa efetivas na matéria.

2.7

Efeito Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein

Em certas condições combinadas de energia do neutrino, potencial de corrente carregada, diferença de massas e ângulo de mistura, os neutrinos experimentam um efeito de ressonância em que a probabilidade de transição de sabor é máxima, maior que no vácuo. Este efeito foi observado pelos cientistas Mikheyev e Smirnov com base no trabalho de Wolfenstein, e por isso ficou conhecido como efeito Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein, ou simplesmente “efeito MSW”.

Podemos encontrar essa condição de ressonância desenvolvendo a equação de Schrödinger para a oscilação na matéria, e usando um exemplo mais simples de oscilação em dois sabores, chegamos ao resultado (com desenvolvimento detalhado em [17]):

$$\cos(2\theta_{\text{eff}}) = \frac{\Delta m^2 \cos(2\theta) - 2EV}{\Delta m_{\text{eff}}^2} , \quad (2-53)$$

$$\sin(2\theta_{\text{eff}}) = \frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)}{\Delta m_{\text{eff}}^2} . \quad (2-54)$$

Como consequência das relações trigonométricas de seno e cosseno:

$$\Delta m_{\text{eff}}^2 = \sqrt{(\Delta m^2 \cos(2\theta) - 2EV)^2 + (\Delta m^2 \sin(2\theta))^2} . \quad (2-55)$$

Nestas equações, Δm_{eff}^2 é a diferença dos quadrados das massas efetivas na presença do potencial V , enquanto o Δm^2 representa a diferença dos quadrados dos autoestados de massa reais. O ângulo θ é o ângulo de mistura entre as duas gerações de neutrinos, e θ_{eff} é o ângulo de mistura efetivo na presença do potencial de matéria.

Perceba que quando $2EV = \Delta m^2 \cos(2\theta) \implies \cos(2\theta_{\text{eff}}) = 0$, o que implica um ângulo de mistura máximo ($\frac{\pi}{4}$). A massa efetiva atinge o seu menor valor possível, que seria $|\Delta m^2 \sin(2\theta)|$. Esta é a situação de ressonância no efeito MSW.

2.8

Hierarquia das massas

Pela fórmula das probabilidades de transição e sobrevivência dos sabores de neutrinos no vácuo, vista na equação (2-36) para duas gerações, podemos notar que o sinal de Δm_{21}^2 não é importante, apenas seu módulo, já que o seno está elevado ao quadrado e com isso perdemos a informação do sinal. Por esse motivo que nas oscilações de duas gerações neutrinos no vácuo não é possível determinar o que chamamos de “hierarquia das massas”, ou seja, se a massa de um autoestado é maior ou menor que a massa de outro autoestado. Para essa determinação, ainda no vácuo, teríamos que abdicar da simplificação de duas gerações e considerar o cenário completo de três gerações. A partir daí, medir a minúscula diferença entre Δm_{31}^2 e Δm_{32}^2 [57]. O novo experimento chamado JUNO [58] está sendo planejado para medir a hierarquia dessa forma.

Entretanto, como a medida da hierarquia é muito desafiadora no vácuo, podemos renunciar à essa análise e usar uma outra forma de averiguar: usando o efeito MSW, explicado na seção anterior. Esse efeito seria uma ressonância que acontece em uma região em que $\Delta m_{ij}^2 \sim E \cdot V(\vec{x})$, e que altera significativamente as probabilidades de uma forma que depende do sinal de Δm_{ij}^2 . Podemos ver na equação (2-53) que o ângulo de mistura efetivo na matéria depende do sinal por causa da subtração do termo do potencial, cujo sinal é conhecido.

Analisando os dados de neutrinos que passam por essa região de ressonância poderíamos descobrir a hierarquia das massas. Isso foi feito para neutrinos solares: o núcleo solar tem um potencial de corrente carregada da ordem de $V \sim 10^{-12}$ eV, e como $\Delta m_{\text{sol}}^2 \sim 10^{-5}$, neutrinos com uma faixa de energia $E \sim 10$ MeV experimentam a ressonância nessa região. Por isso sabemos que $\Delta m_{\text{sol}}^2 \equiv \Delta m_{21}^2 > 0$, ou seja, que $m_2 > m_1$.

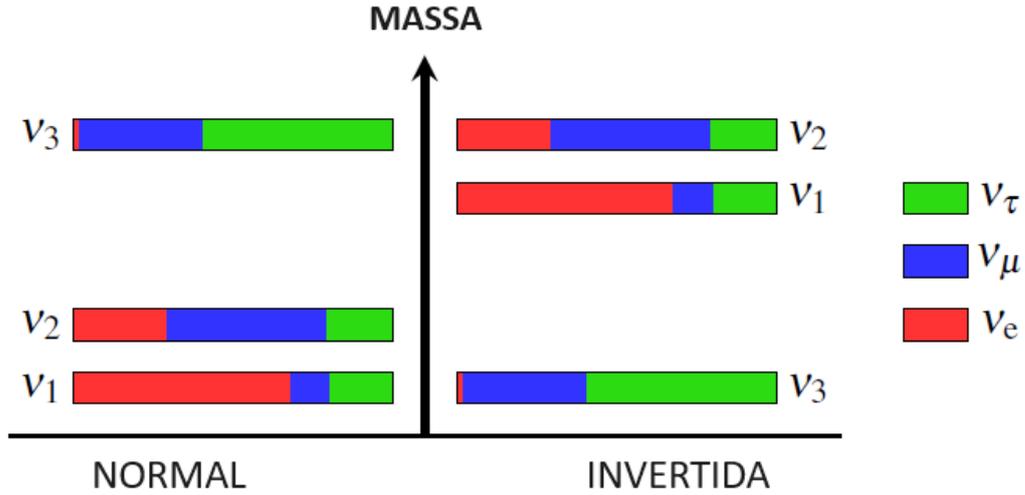


Figura 2.2: Representação das duas possíveis hierarquias de massa. As cores representam os componentes de sabor de cada autoestado de massa. Figura adaptada de [18]

Entretanto, para neutrinos atmosféricos, onde $\Delta m_{\text{atm}}^2 \equiv \Delta m_{32}^2 \approx \Delta m_{31}^2 \sim 10^{-3}$, ainda não temos dados suficientemente conclusivos para determinar se $m_3 \gg m_2 > m_1$ ou se $m_2 > m_1 \gg m_3$. À primeira hipótese, chamamos de hierarquia normal, e à segunda, de hierarquia invertida.

Essa diferença entre os autoestados 2 e 3 está envolvida principalmente na transição $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_\tau$, e por isso nomeamos como uma diferença de massa de neutrinos atmosféricos, já que os neutrinos produzidos por raios cósmicos em contato com a atmosfera são muônicos em sua maioria. Esta é uma área de intensa pesquisa na física de neutrinos e espera-se que no futuro, com mais dados e/ou dados mais precisos, seja possível determinar essa hierarquia.

3

Oscilação de neutrinos com violação do princípio de equivalência

O princípio da equivalência é um pressuposto fundamental da Teoria da Relatividade Geral de Einstein, que atualmente é a teoria mais precisa para explicar a dinâmica dos corpos macroscópicos. O que esse princípio nos diz é que podemos afirmar que todos os fenômenos físicos observados por um referencial em um campo gravitacional localmente uniforme de intensidade g , são equivalentes aos fenômenos observados em um referencial sem campo gravitacional, mas com uma aceleração de módulo g .

Uma das consequências desse princípio é que a razão entre a massa gravitacional de um corpo e a massa inercial deve ser a mesma para todos os objetos em todas as circunstâncias¹. Na prática, isso se traduz no fato de que todos os corpos vão experimentar a mesma aceleração gravitacional. Este fato específico, em objetos massivos, já era previsto na teoria de gravitação newtoniana. Na equação da força gravitacional $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$ se supunha um mesmo valor de constante gravitacional G para todos os corpos, entretanto o princípio da equivalência vai além disso: ele explica, por exemplo, a curvatura da luz num campo gravitacional.

Essa curvatura não consegue ser explicada com a teoria newtoniana, já que a luz não possui massa de repouso e por isso não sofreria a força gravitacional nesse paradigma. Já na Relatividade Geral, se interpreta a gravidade não como uma força, mas sim como resultado da geometria do espaço e do tempo. O espaço-tempo seria uma entidade dinâmica, que se molda e se curva de acordo com a presença de massa e energia ao seu redor. A luz seguiria uma trajetória linear no espaço tempo, que por estar curvado pela presença próxima de matéria, terminamos vendo-a em uma trajetória curva.

Outros fenômenos são explicados apenas pela Relatividade Geral no contexto do princípio da equivalência, como a dilatação temporal que acontece em campos gravitacionais fortes, e de forma equivalente em acelerações altas. É esta equivalência que soluciona o paradoxo dos gêmeos da relatividade restrita.

¹Aqui discutimos uma razão entre a massa inercial e gravitacional num conceito mais abrangente. Normalmente essa razão é definida como 1 porque a constante gravitacional G pode "absorver" essa diferença; o importante é que a razão seja a mesma sempre para o princípio da equivalência ser válido.

Neste paradoxo, um irmão gêmeo viaja em uma nave próximo à velocidade da luz, enquanto o outro fica na Terra. No referencial do irmão que ficou na Terra, o tempo passa mais devagar para o que viajou, já que ele esteve por um longo período em alta velocidade, o que faz do viajante, mais jovem. Entretanto, para o irmão que viajou e vê a Terra se afastando também em alta velocidade, o tempo está passando mais devagar para o que ficou. Quando ele volta para a Terra, qual dos dois está mais jovem de fato?

A relatividade restrita não consegue resolver isto, visto que ela não explica efeitos gravitacionais ou de aceleração, mas quando analisamos no âmbito da Relatividade Geral, vemos que o gêmeo viajante precisou acelerar várias vezes: para ganhar velocidade e sair da Terra, para mudar a direção de sua velocidade e retornar e para desacelerar ao chegar na Terra. E agora sabendo sobre a equivalência entre campo gravitacional (que produz uma dilatação temporal) e uma aceleração de qualquer tipo, o gêmeo viajante agora pode deduzir que o tempo passou mais devagar para ele nesses momentos de aceleração, de uma forma que em seu referencial, ainda que o tempo passe mais devagar para o que ficou na Terra nos momentos de velocidade constante, ao analisar o todo, ainda assim ele ficou mais jovem.

Cada gêmeo tem uma interpretação diferente do que fez o viajante ficar mais jovem, o gêmeo que ficou na Terra pensa que a causa disso é que o tempo todo o viajante acelerou ou se movimentou uniformemente numa velocidade muito alta, e tudo isso causou a sua dilatação temporal em todos os momentos. O viajante interpreta que houve momentos que o tempo passava mais devagar para ele (nas acelerações) e momentos em que o tempo passava mais lento para o seu irmão (velocidade uniforme), mas no fim o resultado de quanto tempo passou para cada um será o mesmo nos dois referenciais.

Chegar nessa resolução só é possível pelo princípio da equivalência, porque ele atesta que a aceleração promovida pela expulsão de gases da nave é totalmente equivalente a um campo gravitacional, e por isso também dilata o tempo de quem a sofre.

3.1

Porque teorizar a violação

Depois de sabermos a importância do princípio da equivalência, que é parte fundamental de uma teoria consolidada e que explica diversos fenômenos observados com maestria, pode parecer sem sentido supor uma violação desse princípio. A questão é que apesar da Teoria da Relatividade funcionar muito bem em escalas macroscópicas, ela não pode ser a “teoria final” para explicar a gravitação, pois existem situações na natureza onde a Relatividade Geral

deixa de funcionar.

Uma dessas situações é quando se prevê a formação de singularidades. Estes pontos teriam uma densidade infinita, como o centro de um buraco negro. Essa ideia é totalmente incompatível com a Mecânica Quântica, que é uma teoria (também) muito bem estabelecida. A Mecânica Quântica é formulada na linguagem da Teoria Quântica de Campos, que trata todas as partículas como excitações em campos quânticos, e encontra dificuldades quando a curvatura do espaço-tempo é muito alta (como é de fato próximo das singularidades). Ela não está equipada para lidar com energias infinitas, nem com distâncias infinitesimais (a distância mínima que faz sentido físico seria a distância de Planck).

Além disso, sabemos que em escalas muito pequenas, os efeitos quânticos na interação gravitacional se tornam importantes e a Relatividade Geral, por ser uma teoria clássica, não é capaz de modelar esses fenômenos. Por tudo isso, a busca de uma teoria de gravitação quântica, que unifique as escalas macro e micro do Universo, é um dos grandes desafios dos físicos teóricos atualmente.

Nessa busca, muitas tentativas de elaborar teorias unificadoras foram feitas, mas nenhuma delas conseguiu ser validada experimentalmente ainda em todos os seus aspectos. Durante o desenvolvimento de teorias de gravitação quântica, no entanto, foi percebido que em muitas delas o fato de se quantizar o espaço-tempo, inevitavelmente leva a uma pequena violação do princípio da equivalência [20]. Por esse motivo, obter limites experimentais fortes nessa violação se torna interessante, pois nos permite eliminar as teorias que preveem uma violação maior do que a permitida pelos dados.

3.2

Violação do princípio da equivalência no setor de neutrinos

Existem muitas formas de testar o princípio da equivalência, dentre elas experimentos com balança de torção [21], movimento de corpos no sistema solar [22], espectroscopia em níveis atômicos [23] e pulsares [24]. Todos estes testes levam a fortes limites de uma possível violação desse princípio fundamental da Relatividade Geral, porém, como visto na seção anterior, melhorar esses limites se vê ainda necessário, já que há fortes indícios de que a VEP pode acontecer devido às interações gravitacionais numa escala quântica.

Com isso em mente, vemos no setor de neutrinos um excelente candidato para restringirmos ainda mais os parâmetros da VEP, pois eles atuam como um interferômetro bastante sensível que promove a oscilação de sabor. Na oscilação de neutrinos padrão, a mudança de sabor é promovida pelas diferenças das massas dos autoestados de massa, que são uma mistura dos autoestados de

sabor. Na oscilação devido à VEP, a oscilação seria promovida pelos diferentes acoplamentos da interação gravitacional com cada estado de massa.

A VEP já foi, inclusive, considerada como uma hipótese para explicar o problema dos neutrinos solares até mesmo para neutrinos sem massa [25], porém como a dependência da VEP com a energia é diferente da dependência da oscilação devido às diferenças de massa e efeito MSW, os dados experimentais mostraram muito mais concordância com o último, e assim a VEP, caso exista, pode ter apenas um efeito secundário, subdominante.

Quando aplicamos a VEP junto à oscilação padrão, a VEP altera o termo de massa quadrática adicionando um termo proporcional ao quadrado da energia do neutrino, e por isso qualquer violação do princípio de equivalência seria muito mais proeminente nos neutrinos de alta energia, justamente os que o IceCube é otimizado para detectar.

3.3

Fenomenologia dos neutrinos massivos com VEP

Dentro desse contexto de neutrinos massivos e com violação do princípio da equivalência, deve-se adicionar mais um conjunto de autoestados: os gravitacionais. Teremos então, no total, três conjuntos de autoestados: os já conhecidos autoestados de massa e de sabor, e agora também os autoestados gravitacionais, que diagonalizam a matriz de acoplamento dos neutrinos ao campo gravitacional. Para que haja VEP, esta nova matriz não pode ser proporcional à identidade, pois o acoplamento precisa ser diferente para cada tipo de neutrino.

A princípio, da mesma forma que os autoestados de massa possuem ângulos de mistura em relação aos estados de sabor, os autoestados gravitacionais também poderiam ter ângulos de mistura de qualquer valor. No entanto, neste trabalho vamos assumir que os ângulos de mistura dos estados gravitacionais em relação aos estados de sabor são os mesmos dos estados de massa em relação ao sabor, simplificando o cálculo e reduzindo os parâmetros dessa matriz para apenas dois, já que não há nenhum motivo, a priori, para supormos outros ângulos e testar vários possíveis ângulos levaria a cálculos mais demorados e complexos.

Dessa forma, a VEP seria feita através da dependência da constante gravitacional G_N com a massa do neutrino, de forma que $G'_N = \gamma_i G_N$. Para restaurar o princípio da equivalência, $\gamma_i \rightarrow 1$. Essa modificação deve ser aplicada à métrica do espaço-tempo na aproximação de campo fraco estático. Assim, teríamos a nova métrica como:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x) , \quad (3-1)$$

onde

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad \text{e} \quad h_{\mu\nu}(x) = -2\gamma_i\phi(x)\delta_{\mu\nu} . \quad (3-2)$$

O primeiro termo é a métrica de Minkowski, que é a métrica plana da relatividade restrita, e o segundo termo é o termo gravitacional na aproximação de campo fraco. O termo $\phi(x)$ é o potencial gravitacional newtoniano:

$$\phi(x) \equiv -G_N \int_V \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3x' . \quad (3-3)$$

Assim, podemos ver que a VEP seria parametrizada de forma que $\phi_{\text{VEP}} = \gamma_i\phi$ para cada estado de massa dos neutrinos.

Encontramos os autovalores do Hamiltoniano usando esta métrica na equação de Klein-Gordon. Podemos desprezar efeitos de inversão de spin no caso de neutrinos e usar esta equação, pois os neutrinos analisados não passam por campos magnéticos fortes e possuem uma massa muito pequena. Assim, teremos:

$$g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\phi - m^2\phi = 0 , \quad (3-4)$$

e

$$E_i = p_\nu (1 + 2\gamma_i\phi) + \frac{m_i^2}{2p_\nu} (1 + 4\gamma_i\phi) . \quad (3-5)$$

Para usarmos na equação semelhante à de Schrödinger e calcular as novas probabilidades de oscilação precisamos apenas das diferenças entre dois autovalores de energia. Usando a mesma aproximação ultrarrelativística que foi usada anteriormente, substituímos p_ν pela energia média do neutrino E , e assim temos:

$$\begin{aligned} \Delta E_{ij} &\equiv E_i - E_j \\ &= E(1 + 2\gamma_i\phi) + \frac{m_i^2}{2E}(1 + 4\gamma_i\phi) - \left[E(1 + 2\gamma_j\phi) + \frac{m_j^2}{2E}(1 + 4\gamma_j\phi) \right] , \end{aligned}$$

ou

$$\Delta E_{ij} = \frac{1}{2E} \left[4E^2(\gamma_i - \gamma_j)\phi + \Delta m_{ij}^2 + 4\phi(m_i^2\gamma_i - m_j^2\gamma_j) \right] . \quad (3-6)$$

Vamos definir $\Delta\gamma_{ij} \equiv \gamma_i - \gamma_j$, o que nos leva ao resultado:

$$\Delta E_{ij} = \frac{1}{2E} \left[\underbrace{\Delta m_{ij}^2}_{\text{oscilação padrão}} + \underbrace{4E^2\Delta\gamma_{ij}\phi + 4(m_i^2\gamma_i - m_j^2\gamma_j)\phi}_{\text{VEP}} \right] . \quad (3-7)$$

Podemos comparar este resultado com o resultado do caso sem VEP, e vemos que aparecem dois novos termos. Vamos analisar como se comporta

cada um.

O termo de oscilação padrão é um termo que depende apenas das massas, e por isso possui um valor fixo para dois dados autovalores de energia E_i e E_j . Podemos notar que quanto maior é a energia do neutrino, menor vai ser a oscilação padrão devido ao baixo valor da razão das diferenças de massa sobre a energia (o comprimento de oscilação se torna muito longo).

No primeiro termo de VEP, temos uma dependência com o quadrado da energia média do neutrino, o que significa, no final, uma dependência direta de ΔE_{ij} com a energia média do neutrino. Isto é, este primeiro termo de VEP aumenta, em módulo, com o aumento da energia do neutrino, e por isso os efeitos de VEP devido a este termo são cada vez mais pronunciados e produzem oscilações mais rápidas com o aumento da energia dos neutrinos.

Agora, analisando o segundo termo de VEP, percebemos dois fatos:

1. Ele não depende da energia, então a divisão dele pelo $2E$ faz deste termo cada vez menor e desprezível com o aumento de energia.
2. Como $\gamma_i \sim 1$, então $(m_i^2 \gamma_i - m_j^2 \gamma_j) \sim \Delta m_{ij}^2$. Portanto, mesmo que estejamos analisando em baixas energias, se o campo gravitacional ϕ é pequeno, o termo de oscilação padrão será muito maior do que este termo de VEP. Assim, podemos desconsiderá-lo nesse contexto, tanto para altas quanto para baixas energias.

Pelo nosso conhecimento atual do Universo, sabemos que a maior contribuição para o valor do potencial gravitacional nos arredores do nosso planeta vem do “Great Attractor”, com um valor da ordem $\phi_{\text{GA}} \sim 10^{-5}$. O Sol, que está bem mais próximo e poderíamos pensar que tem uma contribuição relevante, na verdade contribui apenas com $\phi_{\text{Sol}} \sim 10^{-8}$, e a própria Terra, na superfície, contribui com $\phi_{\text{Terra}} \sim 10^{-9}$, por isso essas contribuições podem ser desprezadas. A massa muito grande do “Great Attractor” acaba superando o fato de ele estar a uma longa distância, e por isso ele se torna a maior contribuição.

Apesar de não haver um consenso exato de qual é o potencial gravitacional, e mesmo que haja possíveis outras fontes contribuindo para o potencial, sabemos que é um valor baixo e por isso é completamente justificável desprezar o segundo termo da VEP. Assim, podemos aproximar a diferença de energia para:

$$\Delta E_{ij} = \frac{1}{2E} \left[\underbrace{\Delta m_{ij}^2}_{\text{oscilação padrão}} + \underbrace{4E^2 \Delta \gamma_{ij} \phi}_{\text{VEP}} \right]. \quad (3-8)$$

Podemos aplicar esta nova diferença de energia induzida pela VEP na equação semelhante à de Schrödinger que foi vista na seção sobre oscilação na matéria. A única diferença é que se adiciona uma matriz de VEP à matriz das massas quadráticas, e como estamos supondo que essas duas matrizes estão na mesma base, chegamos na equação modificada que leva em conta os efeitos de VEP nos neutrinos:

$$i \frac{d\nu_\alpha}{dr} = \left[\frac{1}{2E_\nu} U(M^2 + \Delta G)U^\dagger + V(r) \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta . \quad (3-9)$$

Na matriz ΔG se considera todas as possibilidades de hierarquia dos parâmetros de VEP, podendo as diferenças entre γ_i serem positivas ou negativas:

$$\begin{aligned} \Delta G &= \text{diag}(0, 4E_\nu^2 \Delta\gamma_{21}\phi, 4E_\nu^2 \Delta\gamma_{31}\phi) \\ &= \text{diag}(0, \pm 4E_\nu^2 |\Delta\gamma_{21}\phi|, \pm 4E_\nu^2 |\Delta\gamma_{31}\phi|) . \end{aligned} \quad (3-10)$$

Para ter em conta os antineutrinos, modifica-se a equação de forma que $V \rightarrow -V$ e $U \rightarrow U^*$.

Como foi citado anteriormente, não há um consenso sobre o valor do potencial gravitacional, mas isso pode ser superado se reportarmos limites nos produtos $\Delta\gamma_{21}\phi$ e $\Delta\gamma_{31}\phi$, em vez de apenas em $\Delta\gamma_{ij}$, já que esses dois termos aparecem sempre juntos.

Agora vamos analisar como se comportam os neutrinos muônicos atmosféricos de altas energias que atravessam o planeta Terra. Num contexto de ausência de VEP, a mistura dos neutrinos eletrônicos é suprimida pelo efeito de matéria, e a oscilação se dá apenas entre os muônicos e tauônicos, $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$. Assim, há o desacoplamento do neutrino do elétron e podemos usar a aproximação da oscilação em duas gerações². A probabilidade de sobrevivência do neutrino do múon, então, será:

$$P^{\text{std}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2}{4E_\nu} L \right) , \quad (3-11)$$

sendo a variável L a distância percorrida dentro da Terra, que pode ser parametrizada pela equação $L = 2R_\oplus \cos \theta_z$. Aqui, R_\oplus é o raio da Terra e o ângulo θ_z é o ângulo de zênite.

Para altas energias ($\gtrsim 100$ GeV) o comprimento de oscilação, dado por $4\pi E_\nu / \Delta m_{31}^2$, atinge a ordem de 10^5 km, que é maior que o diâmetro da Terra ($\sim 10^4$ km), então a probabilidade de oscilação padrão do neutrino muônico a altas energias é muito baixa e por isso ele tende a não oscilar ($P^{\text{std}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \approx 1$). Quanto mais alta a energia, maior o comprimento da

²Aqui foi desprezado o efeito do ângulo θ_{13} e a ressonância paramétrica, já que estamos analisando apenas nas altas energias ($\gtrsim 10$ GeV)

oscilação, e por isso, maior a probabilidade do neutrino do múon não oscilar. Entretanto, quando incluímos o efeito de VEP, a oscilação se incrementa com o aumento da energia do neutrino, e por essa razão os neutrinos de alta energia são tão úteis para testar a VEP. Neste modelo, a detecção estatística de uma oscilação na faixa de altas energias pode ser atribuída integralmente a um efeito de VEP.

Para o cálculo da probabilidade de sobrevivência do neutrino do múon que atravessa a Terra quando existe VEP, devemos usar a equação tipo Schrödinger completa, com os três sabores de neutrinos, e fazer algumas considerações.

Para ilustrar as probabilidades, podemos construir um gráfico definindo um ângulo de zênite e parâmetros de VEP. Solucionando a equação (3-9), escolhendo muitos valores de energia e interpolando estes pontos chegamos ao gráfico. Nessa equação, o potencial V é calculado com base no modelo PREM [47], que nos diz qual é a densidade para cada profundidade, conforme vemos na figura 3.1. Apesar da densidade real da Terra não ser perfeitamente isotrópica a partir do centro, é uma ótima aproximação para os propósitos desse estudo.

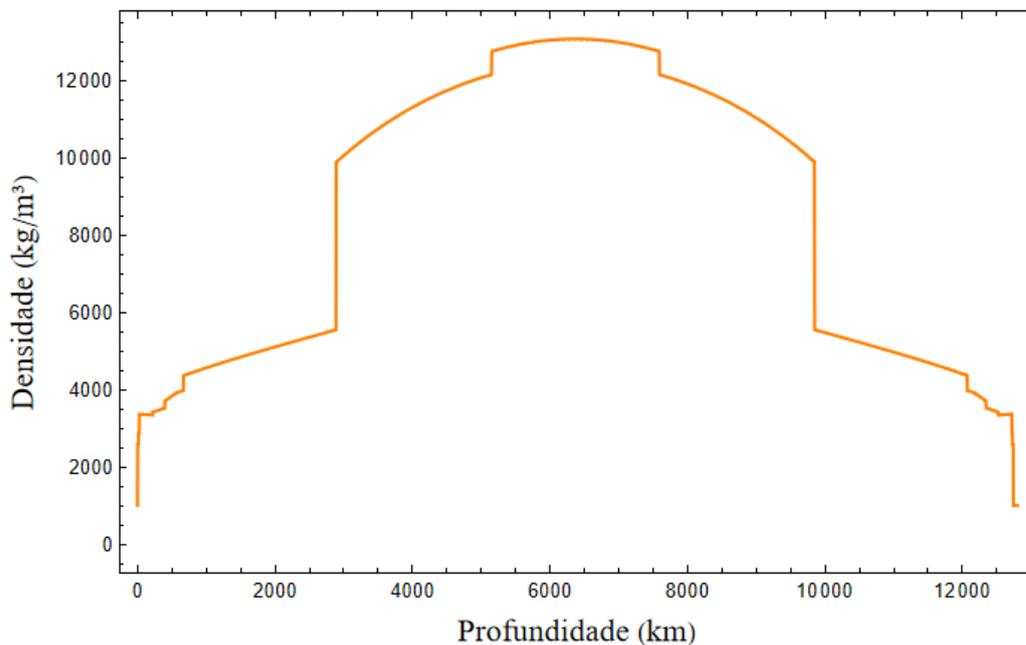


Figura 3.1: Densidade de matéria sentida por um neutrino que atravessa a Terra passando pelo centro ($\theta_z = 180^\circ$), de acordo com a distância percorrida, segundo o modelo PREM.

Com a densidade do modelo PREM e a equação (2-47) da densidade numérica de elétrons do capítulo 2, pode-se calcular o potencial da matéria que afeta os neutrinos do elétron para cada ponto da Terra em que ele passa, e

com isso resolver numericamente a equação tipo Schrödinger para cada energia e ângulo, obtendo assim as probabilidades de oscilação em diversos cenários.

Como o modelo PREM nos dá a densidade da Terra em cada profundidade, podemos usar uma simples transformação para associar, em qualquer ângulo de zênite, o ponto da trajetória do neutrino, x , que é usado na propagação do neutrino na equação de Schrödinger, com uma distância do centro da Terra, x' , usada para associarmos à sua densidade na PREM. A figura 3.2 ilustra a situação.

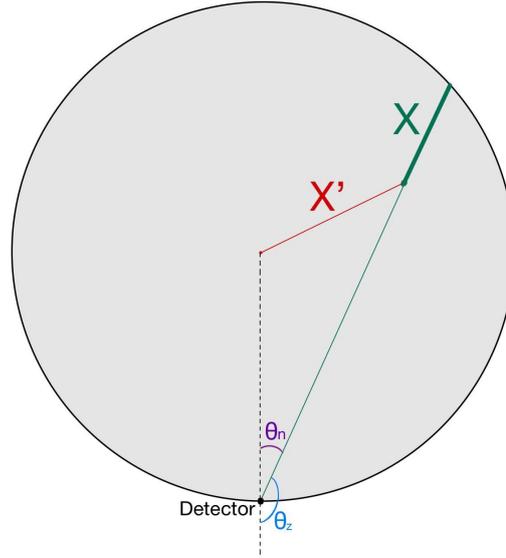


Figura 3.2: Representação da transformação de coordenada entre x e x' .

A transformação é calculada da forma:

$$x' = \sqrt{(2R_{\oplus} \cos \theta_n - x)^2 + R_{\oplus}^2 - 2R_{\oplus}(2R_{\oplus} \cos \theta_n - x) \cos \theta_n}, \quad (3-12)$$

onde θ_n é o ângulo de nadir, que é completamente dependente do ângulo de zênite, na forma:

$$\theta_n = 180^\circ - \theta_z. \quad (3-13)$$

Usando essa transformação, um caso simples seria o do neutrino que atravessa o diâmetro da Terra, como representado na figura 3.1. Neste caso a transformação se reduz para:

$$x' = |R_{\oplus} - x|. \quad (3-14)$$

Abaixo, mostramos graficamente como seriam as probabilidades em 3 cenários, sempre dentro da faixa de energia (200 GeV – 1 PeV) e dos parâmetros de VEP (10^{-26} a 10^{-28}) utilizados neste trabalho. Por simplicidade, vamos exemplificar com o neutrino que atravessa o diâmetro da Terra. Pode-se notar que na oscilação padrão, sem VEP, exceto por uma pequena diferença nas

energias mais baixas, a probabilidade de sobrevivência do sabor múon é muito próxima de 1. Isso acontece porque nas altas energias, o efeito de matéria suprime a mistura com o sabor eletrônico. Já a oscilação $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ tem um comprimento cada vez maior com o aumento da energia, se tornando muito maior que o diâmetro da Terra em energias mais altas ($4\pi E_\nu/\Delta m_{31}^2 \sim 10^5$ km ($E_\nu/100$ GeV) [46]), o que faz com que as probabilidades de oscilação se aproximem cada vez mais de 1.

Podemos entender um pouco mais o comportamento da oscilação padrão do neutrino que atravessa o diâmetro da Terra com base na equação a seguir, dando as energias dos mínimos da probabilidade:

$$E_{\nu,\text{pad}}^{\text{mín},n} = 24,8 \text{ GeV} \left(\frac{1}{2n+1} \right) \left(\frac{\Delta m_{31}^2}{2,41 \times 10^{-3} \text{eV}^2} \right). \quad (3-15)$$

O primeiro mínimo da oscilação padrão estaria em torno dos 25 GeV, e todos os mínimos subsequentes em energias menores. Por isso, nas energias trabalhadas, não conseguimos ver essa oscilação padrão.

Quando introduzimos a VEP, o cenário muda e veremos padrões de ressonância MSW (que geram vários máximos e mínimos com amplitudes diferentes), e dois conjuntos de soluções, sendo que para baixas energias é quase igual ao padrão, mas para altas energias, vemos um deslocamento "espelhado" da oscilação para energias mais altas. Isto pode ser analisado pela equação abaixo, para o caso de $\Delta\gamma_{31} \neq 0$ e $\Delta\gamma_{21} = 0$:

$$E_{\nu,\text{VEP}_{31}}^{\text{mín},n} \simeq 2,43 \text{ TeV} \left(\frac{2n+1}{1} \right) \left(\frac{10^{-26}}{\phi\Delta\gamma_{31}} \right). \quad (3-16)$$

Vemos que os mínimos agora dependem de $(2n+1)$, e na oscilação padrão era o inverso, por isso esse efeito espelhado, em que a oscilação fica cada vez mais frequente nas altas energias com VEP.

Para o caso oposto, $\Delta\gamma_{21} \neq 0$ e $\Delta\gamma_{31} = 0$, temos um resultado semelhante mas com as energias dos mínimos sendo aproximadamente o dobro. A dedução de todas essas equações usadas pode ser encontradas em detalhes na seção III do artigo [46], com a dependência do ângulo, além das expressões para os máximos, que foram omitidas aqui.

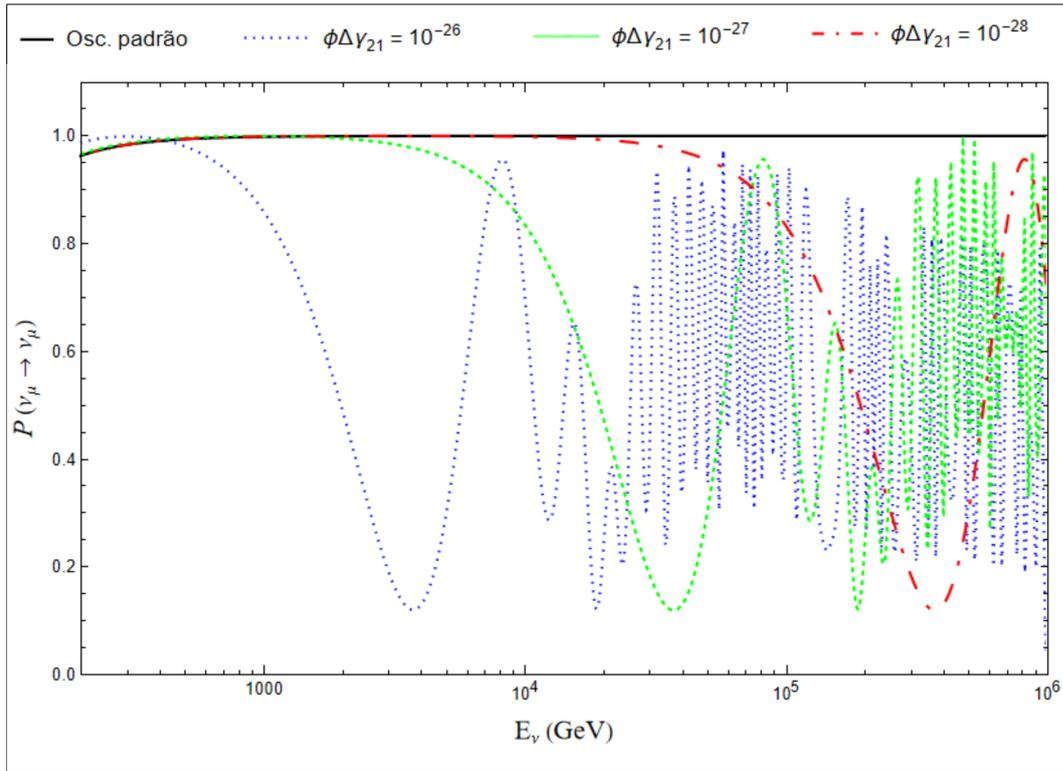


Figura 3.3: Cenário 1: Probabilidades de sobrevivência $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ com $\theta_z = 180^\circ$, para diferentes parâmetros de VEP, sendo $\phi\Delta\gamma_{31} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{21} > 0$.

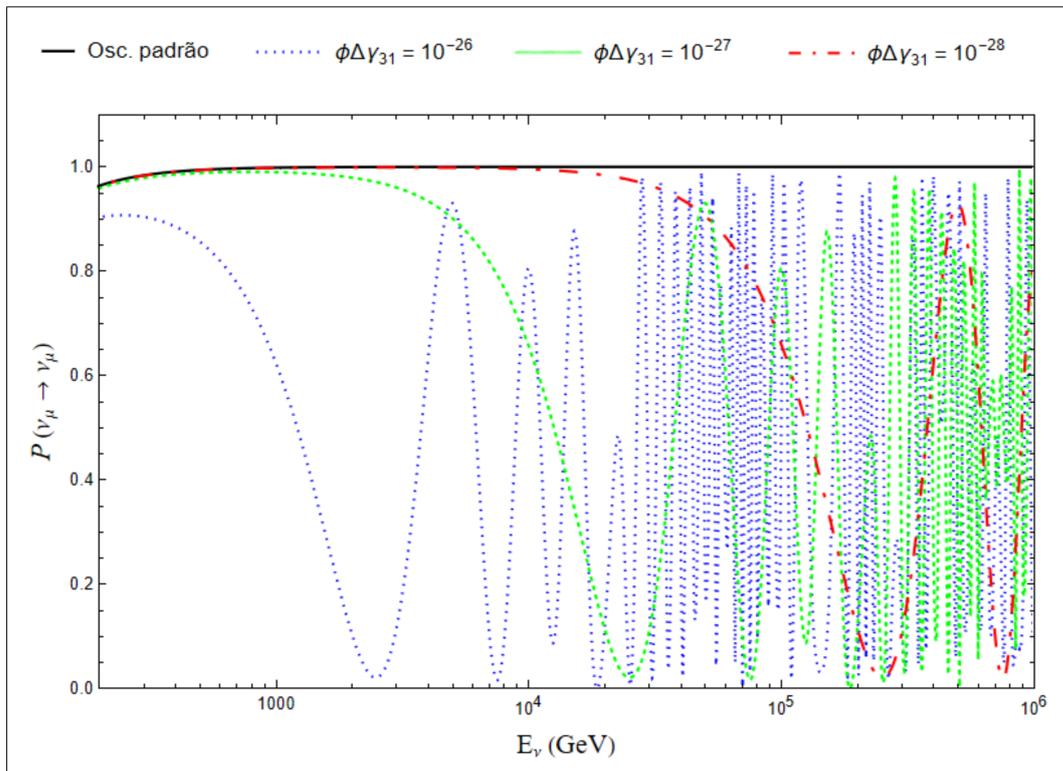


Figura 3.4: Cenário 2: O mesmo que a figura 3.3, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{31} > 0$

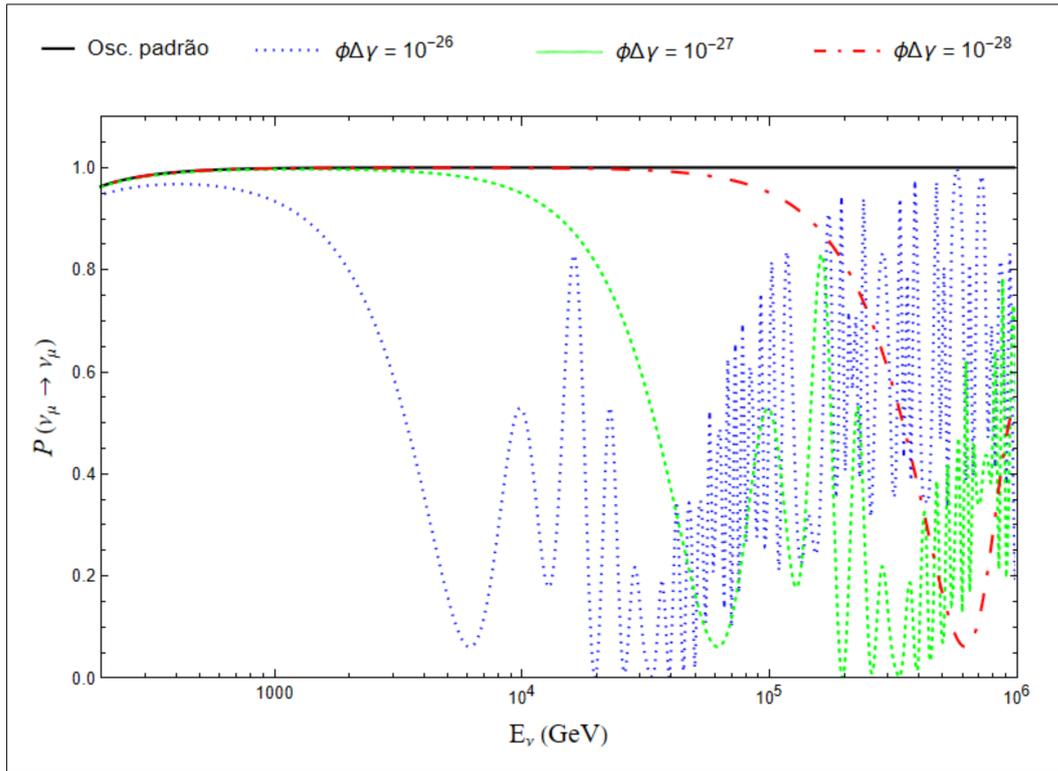


Figura 3.5: Cenário 3: O mesmo que a figura 3.3, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = \phi\Delta\gamma_{31} > 0$

Para efeito de comparação, pusemos as figuras equivalentes para antineutrinos. Elas seriam parecidas qualitativamente com as dos neutrinos, mas não iguais.

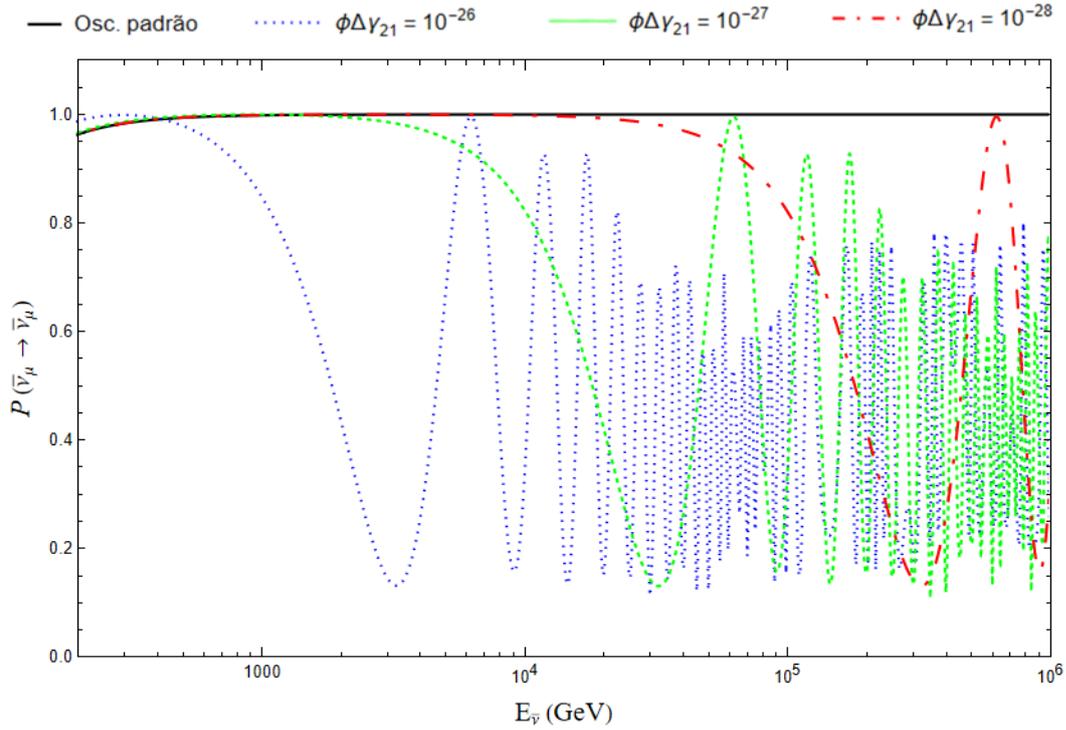


Figura 3.6: Cenário 1: Probabilidades de sobrevivência $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ com $\theta_z = 180^\circ$, para diferentes parâmetros de VEP, sendo $\phi\Delta\gamma_{31} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{21} > 0$.

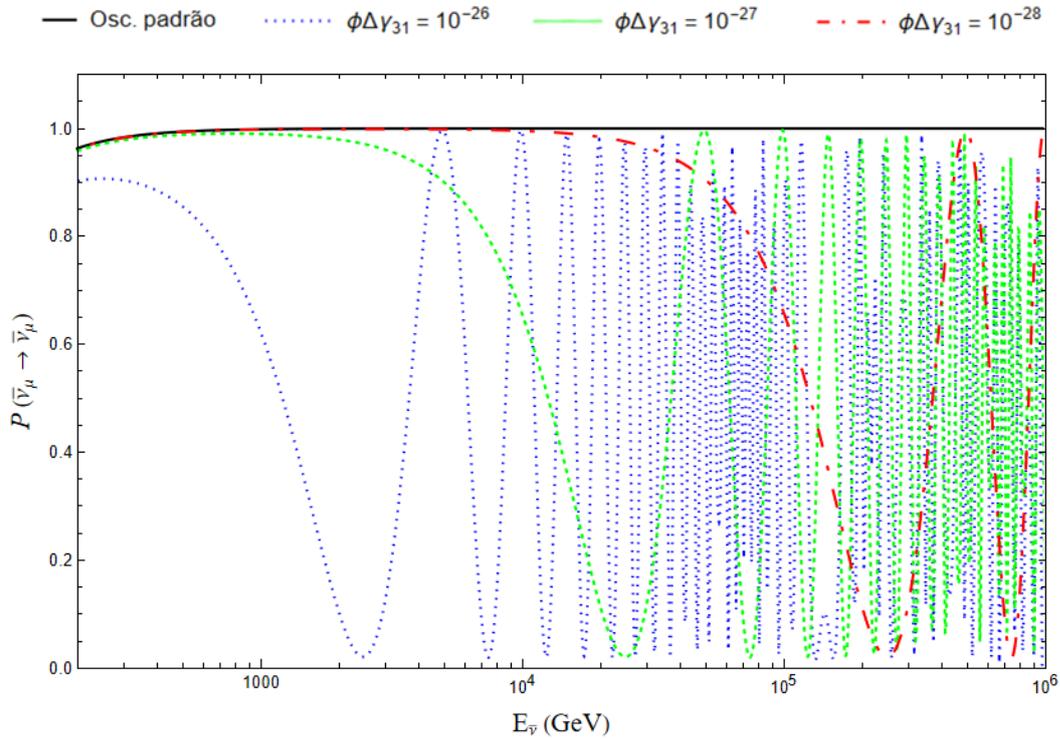


Figura 3.7: Cenário 2: O mesmo que a figura 3.6, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = 0$ e $\phi\Delta\gamma_{31} > 0$

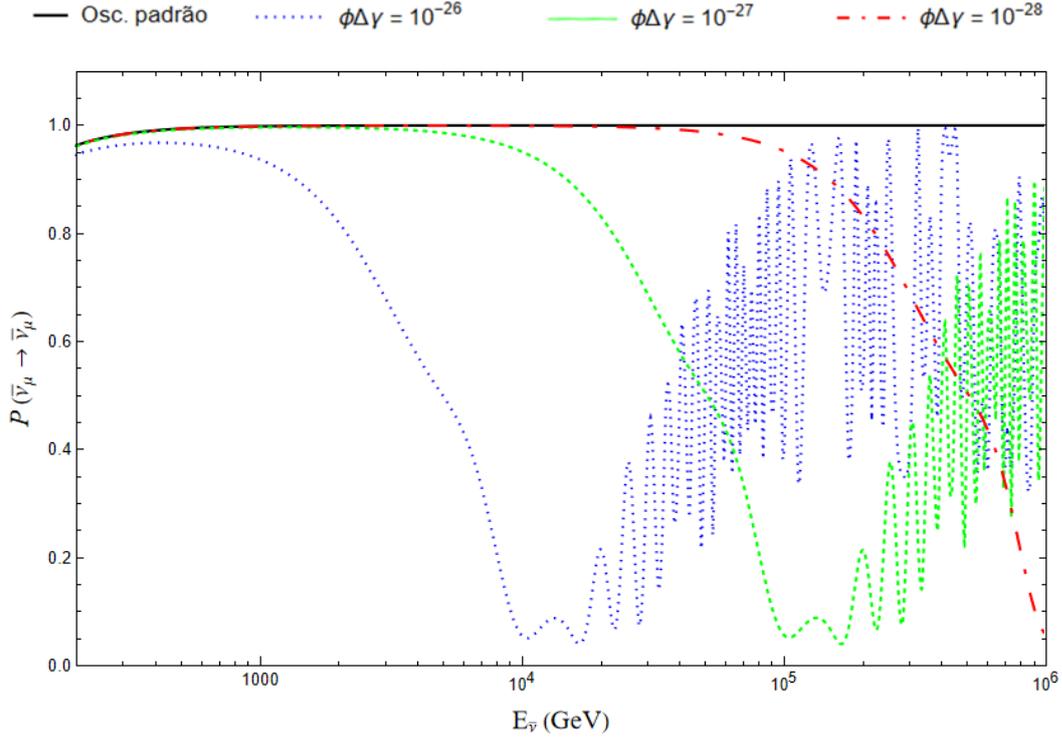


Figura 3.8: Cenário 3: O mesmo que a figura 3.6, mas com $\phi\Delta\gamma_{21} = \phi\Delta\gamma_{31} > 0$

Analisando os gráficos, podemos fazer algumas observações: Como previsto, a oscilação com VEP se torna mais intensa com o aumento da energia do neutrino, e quanto maior a violação da VEP, com mais baixa energia essas oscilações começam a ocorrer. Além disso, também se pode notar que as oscilações geradas por $\phi\Delta\gamma_{21}$ se cancelam parcialmente com as oscilações geradas por $\phi\Delta\gamma_{31}$, e por isso os picos mínimos do cenário 3 ocorrem em energias mais altas em comparação com os outros dois cenários. Portanto, é esperado que na análise estatística os limites sejam mais abrangentes quando os parâmetros são iguais, e mais restritos quando são diferentes (intensificando ainda mais a restrição quando os sinais dos dois parâmetros são diferentes), pois quando os parâmetros são iguais o que é esperado na VEP é um pouco mais semelhante ao que é esperado na oscilação padrão.

4

Obtenção dos dados de neutrinos atmosféricos

Neste capítulo, o objetivo é contextualizar a origem dos dados usados neste trabalho, ou seja, de onde vêm esses neutrinos e como eles são detectados. Numa primeira seção é explicado o que são os raios cósmicos e de que forma eles produzem neutrinos, e na segunda seção é detalhado como funciona o detector IceCube e sua tomada de dados.

4.1

Raios Cósmicos

Os raios cósmicos foram descobertos em 1912 por Victor Hess [28], um físico austríaco que realizou uma série de experimentos a bordo de balões que atingiam grandes altitudes. No contexto da época, a radioatividade de alguns elementos químicos tinha sido descoberta há pouco tempo e era uma área de estudo muito ativa.

Seu detector de ionização atmosférica era um eletroscópio, um aparato que consistia em uma esfera condutora conectada por um fio fino a folhas de ouro, estas folhas ficavam envoltas por uma espécie de garrafa. Quanto mais as folhas de ouro “se separavam”, maior era a ionização atmosférica, pois indicava que os dois lados da folha de ouro se repeliam devido a um excesso de cargas iguais depositadas ali.

Quando se notou pela primeira vez a presença de partículas ionizantes e penetrantes sem uma fonte muito bem definida, a hipótese principal era que a fonte seria a própria Terra, já que ela contém elementos radioativos difundidos em sua crosta. Entretanto, ao se investigar o comportamento dessas partículas, o dado obtido foi o oposto do que se esperaria se a radiação viesse do nosso planeta: a taxa de detecção aumentava com o aumento da altitude, em vez de diminuir devido à absorção das partículas pela atmosfera.

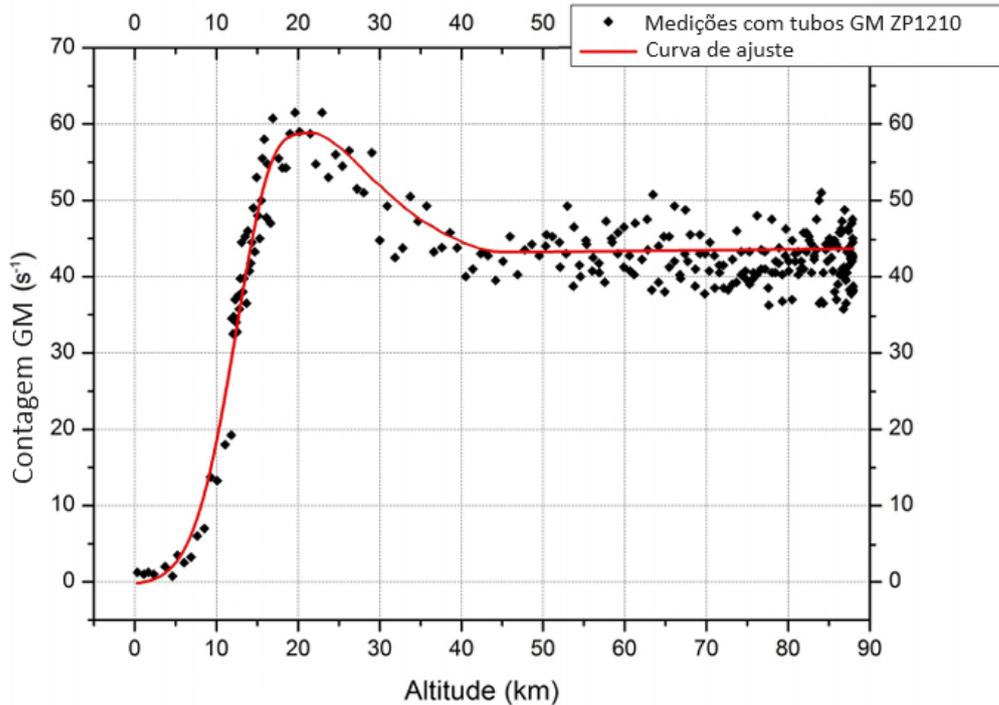


Figura 4.1: Taxa de contagem do contador Geiger-Müller durante o voo do foguete REXUS-17, na Suécia (latitude 68°N), até a altitude de 88 km [26]. No experimento de Hess, só foi medido até uma altitude de ~ 5 km, e por isso ele percebeu um aumento de raios cósmicos com o aumento da altitude. Quando aumentamos ainda mais a altitude, encontramos um valor de pico (máximo de Pfozter) e na sequência, uma diminuição.

Este é um fato completamente inesperado, já que com o aumento da altitude, além de estarmos mais distantes da suposta fonte, a atmosfera se torna mais rarefeita e espera-se que existam menos partículas radioativas. Além disso, também foi notado que a intensidade não dependia de ser dia ou noite, ou seja, o Sol não teria uma influência. Para esta constatação, foram realizados experimentos à noite e até mesmo durante um eclipse solar, sem nenhuma variação significativa na intensidade. Este foi um forte indício de que essa radiação viria do espaço sideral, e não de um decaimento radioativo ou outro fenômeno no nosso planeta.

Analisando a figura 4.1, vemos que a ionização cresce com a altitude até um máximo, e depois se mantém praticamente estável. Isto acontece porque os raios cósmicos estão em altas energias e produzem um chuva de muitas partículas ao encontrarem uma atmosfera mais densa. Em altitudes muito elevadas eles ainda não tiveram interações suficientes para produzir tantas partículas ionizantes. Em contrapartida, em altitudes mais baixas, muitas das partículas produzidas já interagiram com a densa atmosfera e perderam sua capacidade de ionização.

Desde o seu descobrimento, muitos avanços foram feitos no estudo dos raios cósmicos, como a determinação de quais são as partículas de que eles são feitos e em quais porcentagens para cada faixa de energia, suas origens, e como e por quanto tempo se difundem no espaço até chegar na Terra. Além das descobertas de que eles interagem com átomos da atmosfera e produzem toda uma gama de novas partículas em cascatas.

4.1.1

Componentes dos raios cósmicos

Quando os raios cósmicos foram descobertos, houve uma certa polêmica sobre qual seria o tipo de partícula de que eles são feitos. O físico Robert Millikan, por exemplo, defendia que eles seriam raios gama de energia muito elevada.

Não houve muito progresso nesse campo desde 1912 a 1928. Contudo, em 1929, Bothe e Kolhörster usaram contadores Geiger [29], que demonstram que esses raios são carregados, ou seja, não são raios gama, pois raios gamas são ondas eletromagnéticas, e, portanto, neutras. Apesar desse avanço, o contador Geiger não distingue se a partícula é positiva ou negativa, e por isso, nesse estudo, assumiram que as partículas poderiam ser elétrons.

No mesmo ano, um estudo de Auger e Skobeltzyn [30, 31] com câmaras de nuvem de Wilson descobriu que as trajetórias dessas partículas se curvam na presença de um campo magnético, e a observação do raio de curvatura e para que lado é a curva fornece informações preciosas sobre o sinal da carga, massa e energia da partícula. A partir daí, com esse e outros estudos posteriores que combinavam métodos como: câmaras de bolhas [32], detectores de cintilação [33], e espectrômetros magnéticos [34], se pôde estabelecer, finalmente, a composição média dos raios cósmicos que chegam na Terra, como podemos ver na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Composição dos raios cósmicos

| Partícula | % na composição |
|----------------------|-----------------|
| Prótons | ~ 89% |
| Núcleos de Hélio | ~ 10% |
| Núcleos mais pesados | ~ 1% |
| Elétrons | < 1% |
| Pósitrons | ~ 0,1% |
| Antiprótons | ~ 0,01% |

Hoje sabemos que os raios cósmicos são feitos majoritariamente de prótons (núcleos de hidrogênio) e quase todo o restante é hélio, com uma pequena “contaminação” de núcleos mais pesados, pouquíssimos elétrons,

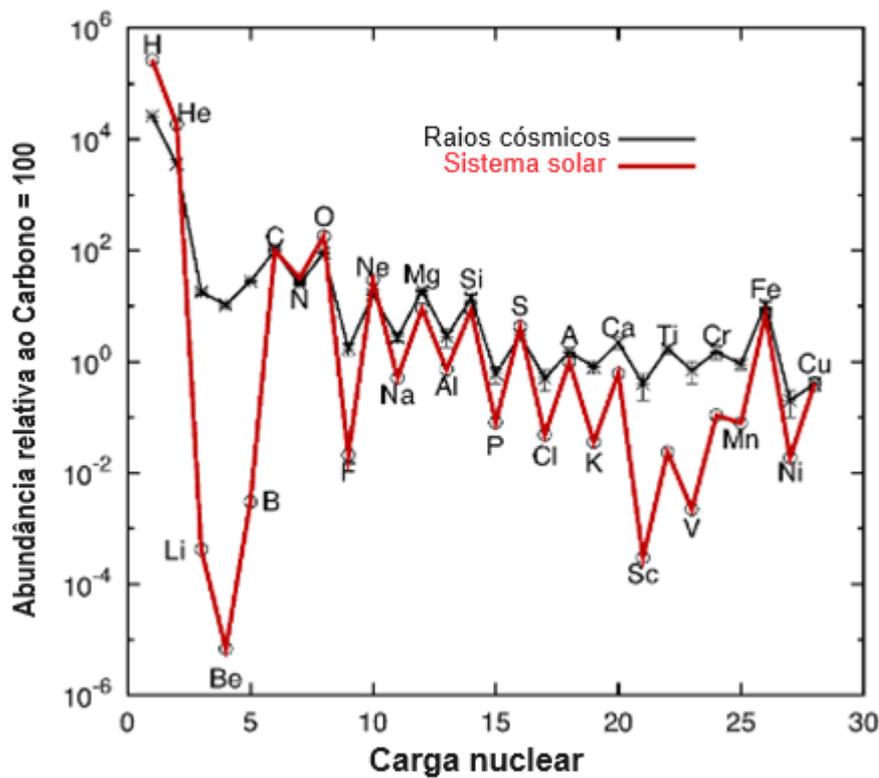


Figura 4.2: Abundância dos núcleos atômicos nos raios cósmicos em comparação com o sistema solar. Figura adaptada de [56].

pósitrons e antiprótons. A proporção dos elementos dos raios cósmicos, na verdade, é quase a mesma proporção dos elementos no sistema solar, como vemos na figura 4.2, exceto por alguns detalhes:

- Os elementos Li, Be e B aparecem com mais abundância nos raios cósmicos porque são núcleos secundários provenientes da fissão do C e O em interações com a matéria interestelar durante sua propagação, assim como o Mn, V e Sc que são subprodutos da fragmentação do Fe.
- Há menos abundância de H e He nos raios cósmicos porque esses elementos possuem energia de ionização maior, e por isso é mais difícil acelerá-los.

É interessante notar também que a abundância dos elementos, tanto no sistema solar quanto nos raios cósmicos, tem uma forma “serrilhada”. Isso é devido ao fato de que elementos com um número atômico (Z) ou de massa (A) ímpar são menos produzidos em reações termonucleares por possuírem ligações mais fracas.

4.1.2

Faixa de energias

A energia dos raios cósmicos que atingem a atmosfera varia numa longa faixa. Os raios cósmicos de baixa energia variam desde a ordem de MeV até algumas dezenas de GeV, e são predominantemente prótons e núcleos mais leves.

Já os raios cósmicos de alta energia, que são os que mais estamos interessados neste trabalho, variam desde dezenas de GeV até energias extremamente altas, atingindo até mesmo a ordem de 100 EeV em alguns casos. Nessa faixa de altas energias, encontramos com mais frequência os núcleos mais pesados.

A taxa com que esses raios primários chegam ao planeta dependem muito da sua energia: Na ordem de 1 GeV, temos 10^4 partículas chegando por metro quadrado por segundo na alta atmosfera, e para as partículas mais energéticas se sabe que sua taxa seria de menos de 1 por quilômetro quadrado por século. Poderíamos pensar que as partículas de altas energias podem ser desprezadas pela baixa frequência, mas a realidade é que apesar disso, elas produzem chuviros enormes de mais de 10 bilhões de partículas secundárias por causa do seu cascadeamento ao colidirem com partículas da atmosfera e decaírem em outras partículas.

4.1.2.1

Limitações da energia – Efeito GZK

Pouco tempo após a descoberta da radiação cósmica de fundo em micro-ondas por Penzias e Wilson [35], foi previsto em 1966 por Greisen [36] e, de forma independente, por Zatsepin e Kuzmin [37] uma limitação no livre caminho médio para raios cósmicos muito energéticos. Como o universo é “banhado” por fótons de uma radiação térmica na temperatura de 2.7 K, existe a possibilidade de os núcleos atômicos interagirem com esses fótons, criarem partículas secundárias (como os píons) que decaem rapidamente, produzindo neutrinos e fótons secundários. Dessa forma, o núcleo original, altamente energético, perde uma parte de sua energia à medida que viaja no espaço devido à criação de novas partículas.

Este efeito estabelece um limite superior de energia para a propagação dos raios cósmicos de 50 EeV, pois acima disso as seguintes interações são significativas:

$$\gamma_{\text{CMB}} + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow p + \pi^0, \quad (4-1)$$

$$\gamma_{\text{CMB}} + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow n + \pi^+. \quad (4-2)$$

O livre caminho médio para essa interação em energias maiores que 50 EeV

é de 50 Mpc, equivalente a $1,6 \cdot 10^8$ anos-luz de distância. Esse é o chamado “Horizonte GZK”.

4.1.3

Origem dos raios cósmicos

Uma pergunta natural a se fazer é: de onde vêm todos esses prótons e núcleos atômicos que compõem a maior parte dos raios cósmicos e como eles são acelerados? Essas partículas, na verdade, possuem origens diversas e sua aceleração está ligada principalmente a campos magnéticos variáveis no tempo. Recorde: Um campo magnético que varia no tempo produz um campo elétrico.

Um campo magnético sozinho não é capaz de fornecer energia às partículas carregadas, apenas defletí-las, já que a aceleração promovida por esse campo é do tipo centrípeta, ou seja, perpendicular à velocidade. Por outro lado, o campo elétrico gerado por um campo magnético variável, sim, pode produzir acelerações em qualquer direção em relação à velocidade, pois a aceleração terá a direção do campo elétrico. Se uma componente da aceleração estiver na mesma direção e sentido da velocidade da partícula, a partícula ganhará energia.

Alguns exemplos de processos astrofísicos capazes de produzir e acelerar os raios cósmicos a altas energias são:

1. **Supernovas:** Na morte de uma estrela suficientemente massiva, acontece a explosão de uma supernova. Nelas, os campos magnéticos muito intensos e ondas de choque promovem a aceleração dos prótons e núcleos.
2. **Remanescentes de Supernovas (SNRs):** Após a explosão de uma Supernova, ainda persiste um remanescente, menos violento, mas ainda com processos importantes que contribuem na aceleração dos raios cósmicos devido a campos magnéticos turbulentos.
3. **Pulsares e Magnetars:** São estrelas de nêutrons com campos magnéticos muito intensos e variáveis, que aceleram as partículas carregadas que passarem por perto.
4. **Buracos Negros Supermassivos:** Processos relacionados ao disco de acreção e formação de jatos relativísticos aceleram partículas a altas energias.

4.1.4

Modelos estatísticos

Com os estudos acumulados na área dos raios cósmicos, já é possível criar modelos estatísticos prevendo as taxas esperadas de raios cósmicos primários que chegam ao nosso planeta. Esses raios chegam de forma aproximadamente isotrópica e constante no tempo (com um pequeno nível de anisotropia devido ao campo magnético da Terra) pois a estatística do seu movimento é muito similar ao do movimento browniano, ou seja, um processo de difusão.

Como são partículas carregadas, elas são defletidas pelos campos magnéticos em nossa galáxia, que estão distribuídos de forma caótica, gerando assim a difusão. Para ilustrar esse processo de difusão, tomemos como exemplo um raio cósmico que se originou na nossa galáxia. Ele leva em média 10^7 anos para escapar dela, porém se ele viajasse sem sofrer deflexões, o tempo seria de apenas 10^3 anos.

Dessa forma, ao longo dos anos muitos dados foram coletados e hoje temos modelos estatísticos de como são distribuídos os raios cósmicos primários em tipo de partículas e energias, cada um com sua frequência estimada. Com essa informação e aplicando o conhecimento atual de física de partículas sobre as interações dos núcleos de alta energia (raios cósmicos primários) e os átomos atmosféricos, podemos prever também como serão, em média, os chuviros de partículas dos raios cósmicos secundários.

Para este trabalho, nos interessa apenas as partículas criadas que decaem em neutrinos. Para isso, existem modelos que preveem uma certa quantidade de neutrinos e antineutrinos, numa dada distribuição de energias e ângulos. A origem desses neutrinos seria, principalmente, do decaimento dos píons e dos káons gerados pelos raios cósmicos, processo que será mais explorado na próxima seção. O modelo mais conhecido e usado é o Honda+Gaisser, documentado em [27], mas neste trabalho também usaremos outros modelos para comparação.

4.1.5

Produção de mésons como partículas secundárias

Quando os raios cósmicos interagem com a atmosfera, produzindo um chuviro de partículas secundárias, algumas destas partículas decaem em neutrinos. As partículas primárias capazes de produzir mésons que decaem em neutrinos seriam as partículas carregadas (como, por exemplo, núcleos, prótons, elétrons e pósitrons).

Nas próximas seções, vamos ver os dois principais mésons que geram neutrinos atmosféricos. Apesar de haver produção de outras partículas além

dessas que decaem em neutrinos, seus fluxos podem ser desprezados quando comparados aos píons e káons.

4.1.5.1 Píons

Uma possível interação seria a de um próton de alta energia com um núcleo da atmosfera terrestre, produzindo um bárion delta. Este bárion é uma partícula ressonante altamente instável que rapidamente decai, composto por quarks up e down, assim como os prótons e nêutrons, porém seu spin e isospin seriam $\frac{3}{2}$, diferente dos nucleóons comuns, que possuem spin $\frac{1}{2}$ e isospin $\pm\frac{1}{2}$. O bárion delta seria um estado excitado do nucleón comum.

Os quatro diferentes tipos de bárion delta (Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^-) possuem vários possíveis canais de decaimento, alguns produzindo píons positivos, outros negativos e outros neutros. Os neutros, por serem uma combinação de um quark com seu próprio antiquark, decaem rapidamente produzindo raios gama, porém os píons carregados decaem num tempo um pouco maior, de 26 ns, podendo ainda iniciar uma nova cascata antes do decaimento.

$$\begin{aligned}\pi^+ &: u\bar{d}, \\ \pi^- &: \bar{u}d, \\ \pi^0 &: u\bar{u} \quad / \quad d\bar{d}.\end{aligned}$$

Quando os píons carregados decaem, isso acontece quase que inteiramente em múons e neutrinos do múon, nos canais:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (4-3)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (4-4)$$

Este fato vem da supressão por helicidade. A princípio, o pión carregado poderia decair em pósitron ou elétron, com um neutrino ou antineutrino do elétron, porém devemos levar em conta que o spin do pión é nulo, e por isso ele deve decair em partículas com spins em sentidos opostos, o que produz o efeito de a taxa de decaimento por esse canal ser suprimida. Por outro lado, o decaimento em lépton tau é completamente proibido, pois a massa do tau é maior que a massa do pión.

Para partículas sem massa, como, com boa aproximação, são os neutrinos, quiralidade e helicidade estão sempre em acordo. Entretanto quanto maior a

massa da partícula, maior é a possibilidade da helicidade não concordar com a quiralidade. A tabela 4.2 ilustra essas probabilidades. A helicidade é uma propriedade que depende do referencial, pois é a projeção do spin no vetor velocidade da partícula, e o sentido da velocidade depende do referencial. Enquanto isso, a quiralidade é uma propriedade mais fundamental, invariante sob transformações de Lorentz.

Podemos analisar essa supressão conforme ilustra a figura 4.3: o neutrino pode ser considerado de massa nula, e como todo neutrino é de mão esquerda (LH), seu spin aponta sempre no sentido do eixo z positivo, e sua velocidade no sentido z negativo. Por consequência, o spin do lépton carregado deve estar no sentido z negativo para que haja a conservação do spin do pión. A velocidade deve ser, também, oposta à velocidade do neutrino no referencial do centro de massa do pión para que haja a conservação do momento, e isso produz um lépton carregado com helicidade LH. Porém, como o férmion carregado é um antiférmion, ele só pode ter quiralidade de mão direita (RH).

As porcentagens na figura 4.3 representam as probabilidades dos spins do pósitron ou do antimúon apontarem no sentido oposto da sua velocidade. Essas probabilidades foram retiradas do cálculo a seguir, feitos com base na tabela 4.2, e dependem exclusivamente da massa do lépton e do pión:

$$P_{\nu e} = \frac{1 - \beta_e}{2} = \frac{m_e^2}{m_e^2 + m_\pi^2} \sim 1,3 \cdot 10^{-5} , \quad (4-5)$$

$$P_{\nu \mu} = \frac{1 - \beta_\mu}{2} = \frac{m_\mu^2}{m_\mu^2 + m_\pi^2} \sim 0,36 . \quad (4-6)$$

Como o spin oposto ao representado na figura 4.3 é um decaimento proibido, o canal que tem baixa probabilidade de quiralidade divergir da helicidade é altamente suprimido. Essa supressão por helicidade é o que faz com que quase todo o decaimento seja muônico, pois há apenas o canal eletrônico e muônico para o decaimento acontecer (exceto por uma pequena contaminação do decaimento beta do pión, muito raro, que é analisado mais à frente nesta seção). A equação que define a razão de ramificação do pión em um lépton é bem conhecida como:

$$\Gamma_l = \frac{G_F^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_l^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 , \quad (4-7)$$

e assim podemos calcular as taxas relativas, de forma aproximada:

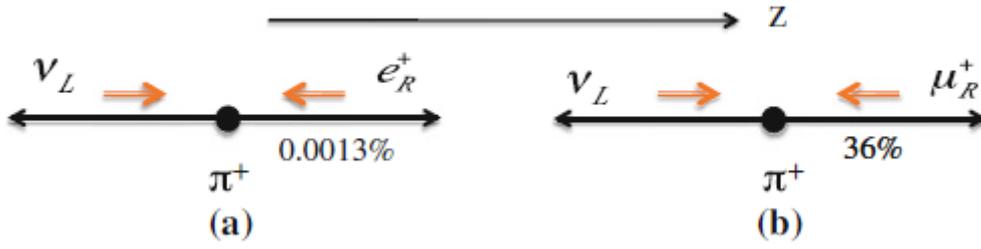


Figura 4.3: Representação dos decaimentos do píon positivo em (a) pósitron e neutrino; (b) antimúon e neutrino; com representação das velocidades e spins vistos no referencial do centro de massa do píon. Reprodução de [1].

| P | | Ψ_L | Ψ_R |
|-----|----------------|-----------------|-----------------|
| s | $\parallel -p$ | $(1 + \beta)/2$ | $(1 - \beta)/2$ |
| s | $\parallel +p$ | $(1 - \beta)/2$ | $(1 + \beta)/2$ |

Tabela 4.2: Probabilidades da helicidade coincidir com a quiralidade de acordo com a velocidade β , para os casos de spin (s) paralelo e antiparalelo em relação ao momento (p)

$$\frac{\Gamma_{\pi \rightarrow e\nu}}{\Gamma_{\pi \rightarrow \mu\nu}} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 \approx 1,28 \cdot 10^{-4}, \quad (4-8)$$

mas esse valor não é exato pois ainda há uma pequena porcentagem de correção radiativa, mas vemos que é muito próximo do real, que seria de:

$$\Gamma_{\pi \rightarrow \mu\nu} \approx 99,99\%, \quad (4-9)$$

$$\Gamma_{\pi \rightarrow e\nu} \approx 0,012\%. \quad (4-10)$$

Como conclusão, o múon, que é aproximadamente 207 vezes mais massivo que o elétron, apresenta uma probabilidade muito maior da quiralidade não concordar com a helicidade e por essa razão é o canal preferencial de decaimento do píon carregado. Como as probabilidades dependem da velocidade β das partículas em relação à velocidade da luz ($\beta = 1$ para partículas sem massa), a velocidade do elétron seria muito próxima à da luz nesse canal de decaimento, enquanto a do múon seria bem menor. Este é o fato que faz com que 99,99% do decaimento do píon seja em múon, produzindo assim, neutrinos ou antineutrinos do múon.

Existe um outro modo de decaimento do píon carregado que produz neutrinos e é ainda mais raro que o decaimento em elétron e neutrino: o chamado “decaimento beta do píon”, que produz um píon neutro, um elétron

(pósitron) e um antineutrino (neutrino) do elétron:

$$\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e, \quad \pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Sua razão de ramificação é de apenas 10^{-8} e por isso podemos desprezar ao contarmos a quantidade total de neutrinos produzidos.

Dando continuidade aos produtos do decaimento do pión, os múons também são partículas instáveis, mas que possuem um tempo de vida relativamente longo, de $2,2 \mu\text{s}$. Dependendo da sua energia, esse tempo significa dezenas de quilômetros antes de decair em elétron, neutrino e antineutrino, seu principal canal de decaimento (outros canais tem razão de ramificação $\sim 10^{-5}$):

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.$$

Esta grande distância percorrida é devido à dilatação temporal relativística, que faz com que o múon dure muito mais tempo do que duraria em repouso.

Assim, considerando os neutrinos produzidos no decaimento do pión e do múon, podemos aproximar que cada pión carregado, ao final, produz um neutrino do múon, um antineutrino do múon e um neutrino ou antineutrino do elétron.

4.1.5.2

Káons

Outra forma de produzir neutrinos atmosféricos a partir dos raios cósmicos é pelo decaimento dos káons produzidos como partículas secundárias. Os káons são mésons mais massivos que os pions. Enquanto os pions são compostos pelos quarks mais leves (up e down), os káons são compostos por um quark up ou down combinado com um quark strange: um quark de mesmas propriedades que o down, porém mais massivo.

$$K^+ : \bar{s}u,$$

$$K^- : s\bar{u},$$

$$K^0 : d\bar{s},$$

$$\bar{K}^0 : \bar{d}s$$

Os principais modos de decaimento do káon positivo são (razões de

ramificações estão escritos em parêntesis):

$$\begin{aligned}
 K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (63,6\%) , \\
 K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (20,7\%) , \\
 K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \quad (5,6\%) , \\
 K^+ &\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e \quad (5,0\%) , \\
 K^+ &\rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu \quad (3,4\%) , \\
 K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \quad (1,8\%) ,
 \end{aligned}$$

e de forma análoga para o káon negativo, sua antipartícula. Os káons neutros também contribuem para o total de neutrinos, pois podem decair em píons carregados, léptons carregados (exceto tau, por causa da massa) e neutrinos. Como vimos anteriormente, os píons neutros não contribuem para os neutrinos atmosféricos, mas os carregados sim, e por isso temos que considerar todos os decaimentos em píons carregados dos káons, com suas devidas proporções de probabilidade para o total de neutrinos atmosféricos produzidos.

4.2 IceCube

No intuito de detectar e estudar neutrinos de alta energia, o observatório de neutrinos IceCube foi projetado. Nele, são detectados neutrinos que em princípio podem vir de processos astrofísicos violentos, como rajadas de raios gama e fenômenos cataclísmicos envolvendo buracos negros e estrelas de nêutrons.

Além da detecção de fenômenos astrofísicos violentos pontuais, há um “ruído de fundo” de neutrinos que chegam constantemente, provenientes dos raios cósmicos na interação com a atmosfera. São os chamados "neutrinos atmosféricos", que vimos na seção anterior. Embora o objetivo principal do IceCube não seja o de estudá-los, os dados de neutrinos atmosféricos podem ser usados para testar modelos sobre os raios cósmicos e oscilações de neutrinos.

Nesta seção, vamos nos aprofundar nas principais características deste detector, para entendermos como os dados de neutrinos atmosféricos podem ser obtidos e que informação o IceCube consegue (ou não) fornecer.

4.2.1 Princípio de detecção

O princípio da detecção dos neutrinos pelo IceCube se baseia em detectar o produto da interação do neutrino com uma partícula presente nos átomos

na Terra através da radiação Cherenkov¹ emitida. A interação não precisa ocorrer sempre no seu volume fiducial, com o gelo, também é possível detectar neutrinos que interagem nos arredores, desde que essa interação seja num local suficientemente próximo de forma a permitir que o produto ainda chegue ao gelo com velocidades relativísticas.

Conforme visto nos diagramas de Feynman na figura 4.4, uma das possibilidades de detecção dos neutrinos é quando um neutrino interage através do bóson W (corrente carregada, ou simplesmente, "CC"). Nessa interação, ele produz um lépton carregado de acordo com seu sabor. Esse lépton carregado é detectado pelo IceCube, e seria um "representante" do neutrino que o originou, com uma direção de propagação muito semelhante. Sua energia, em geral, é ligeiramente inferior. Isso se deve ao fato de que o neutrino não transfere sua energia para o lépton com 100% de eficiência.

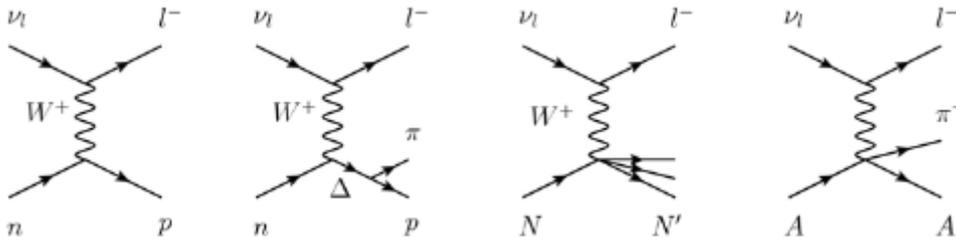


Figura 4.4: Exemplos de interações inelásticas que criam léptons a partir dos neutrinos, possibilitando a detecção.

O IceCube também é capaz de detectar interações através do bóson Z (corrente neutra ou, simplesmente, "NC"), pois, ainda que não seja produzido um lépton relativístico, quando um neutrino de alta energia (\gtrsim GeV) interage, ele excita o núcleo atômico, que ao decair produz um chuvaire de partículas relativísticas que são detectadas. Da mesma forma, se o neutrino que interage através da CC for de alta energia, ele também produzirá esse chuvaire.

$$\nu_\ell(\bar{\nu}_\ell) + N \longrightarrow \nu_\ell(\bar{\nu}_\ell) + N' \quad (\text{NC}) ,$$

$$\nu_\ell(\bar{\nu}_\ell) + N \longrightarrow \ell^-(\ell^+) + N' \quad (\text{CC}) .$$

Em resumo, tanto a corrente carregada quanto a corrente neutra de um neutrino de altas energias interagem no regime de "espalhamento profundo inelástico". Isso significa que o estado final do núcleo atômico será mais energético que o inicial ($E_{N'} > E_N$) e produzirá um chuvaire de partículas no seu decaimento, mas somente a interação por corrente carregada produz, também, um lépton.

¹Ver seção 4.2.4 para detalhes sobre esta radiação.

Para estimar a energia e direção real do neutrino, é usada uma estatística com base nos conhecimentos mais atuais da teoria quântica de campos. Uma amostra de Monte Carlo pode ser feita para simular séculos de interações de neutrinos com o gelo e rochas ao redor do IceCube a fim de produzir uma estatística consistente que correlacione os dados coletados com as propriedades do neutrino original.

Mais detalhes sobre as detecções e a interpretação dos dados serão explorados nas próximas seções.

4.2.2 Localização

O IceCube está situado no continente antártico, muito próximo ao polo Sul geográfico. Sua localização é estratégica por vários motivos, sendo o principal deles a pureza e estabilidade do gelo antártico depositado e compactado numa grossa camada de 2500 metros, nesta que é uma das regiões mais frias do planeta. Esse gelo de altíssima pureza serve como meio de detecção das partículas carregadas que se movem em velocidades maiores que a velocidade da luz no gelo, emitindo, assim, radiação Cherenkov nas faixas de frequência da luz azul e ultravioleta, que são faixas em que o gelo é transparente.

A razão para uma pureza tão elevada do gelo nessa região vem de vários fatores: a falta de contaminação atmosférica da região pelo clima e isolamento geográfico faz com que o nível de impureza na neve seja muito baixo. A acumulação gradual de neve ao longo de milhares de anos, sem derreter, cria uma grossa camada de gelo puro por causa da pressão, e durante o processo de compactação da neve, eventuais impurezas são, também, expulsas. Por fim, a baixa atividade biológica na região, por ser um deserto gelado e inóspito, contribui para a falta de contaminação.

Outro motivo para esta localização é o baixo ruído de fundo, pois o polo Sul é uma das regiões mais isoladas e remotas do planeta. Como os detectores são muito sensíveis, é essencial minimizar ao máximo o ruído de fundo causado pela atividade humana. Nas áreas urbanas, a atividade humana produz sons e vibrações mecânicas que se propagam pelo solo, além de partículas carregadas e campos eletromagnéticos que podem interferir nas medições. Até mesmo a presença de materiais radioativos em construções, hospitais, resíduos industriais etc., cria uma radiação de fundo nuclear que pode ser interpretada de forma equivocada pelos detectores. Estando o observatório num local tão isolado, a interferência é drasticamente minimizada, e qualquer ruído de fundo pode ser mais previsivelmente modelado, pois sabemos as

condições ambientais do local de forma mais exata.

4.2.3

Estrutura do detector

O IceCube, hoje, é composto por 86 cabos enterrados no gelo antártico a uma profundidade de 2450 metros, que é a máxima profundidade do gelo, logo antes de atingir o continente. Em cada cabo são colocados 60 módulos ópticos digitais (DOMs), totalizando 5160 DOMs, numa profundidade de 1450 a 2450 metros, aproximadamente a 17 metros de distância um do outro no mesmo cabo. Os cabos, por sua vez, estão depositados de forma hexagonal e se distanciam em 125 metros uns dos outros. O detector totaliza com isso, um volume total de 1 quilômetro cúbico, o maior detector de neutrinos até hoje. A figura 4.5 faz uma representação esquemática dessa estrutura.

Esses módulos ópticos são depositados no gelo através do derretimento e posterior recongelamento do gelo na direção do cabo, e fornecem os dados sobre a intensidade de luz, e tempos de ativação, que quando combinados entre todos os DOMs, é capaz de fornecer informações sobre a energia da partícula carregada que atravessa o gelo, sua direção e sentido de propagação. Ou seja, o IceCube faz um rastreamento da partícula através da radiação Cherenkov deixada por ela.

Na superfície, encontra-se o laboratório IceCube, onde os dados são coletados e enviados por satélite. Em volta do laboratório há a estrutura "IceTop", que é um observatório de raios cósmicos. A estrutura do IceTop é de tanques de água transparente, cada um equipado com dois ou mais detectores de radiação Cherenkov, ou seja, sensíveis à luz produzida quando uma partícula carregada, como um múon, atravessa o tanque de água numa velocidade maior que a luz nesse meio. O IceTop complementa as informações obtidas pelo IceCube, pois como discutido anteriormente, os múons de alta energia podem chegar a penetrar dezenas de quilômetros e, com isso, fornecer um alarme falso para a detecção de neutrinos. Com o cruzamento de dados do IceCube com o IceTop, é possível fazer estimativas melhores sobre os dados das detecções do IceCube.

Além disso, há uma estrutura central chamada de "DeepCore", que é mais sensível e detecta com melhor resolução os neutrinos com energias mais baixas que o resto do detector. O DeepCore é sensível a neutrinos com energias a partir de algumas dezenas de GeV devido a uma maior densidade dos DOMs nessa região. Com isso, o IceCube é capaz de identificar neutrinos atmosféricos de menor energia e de fontes astrofísicas que não seriam facilmente observados no resto do detector.

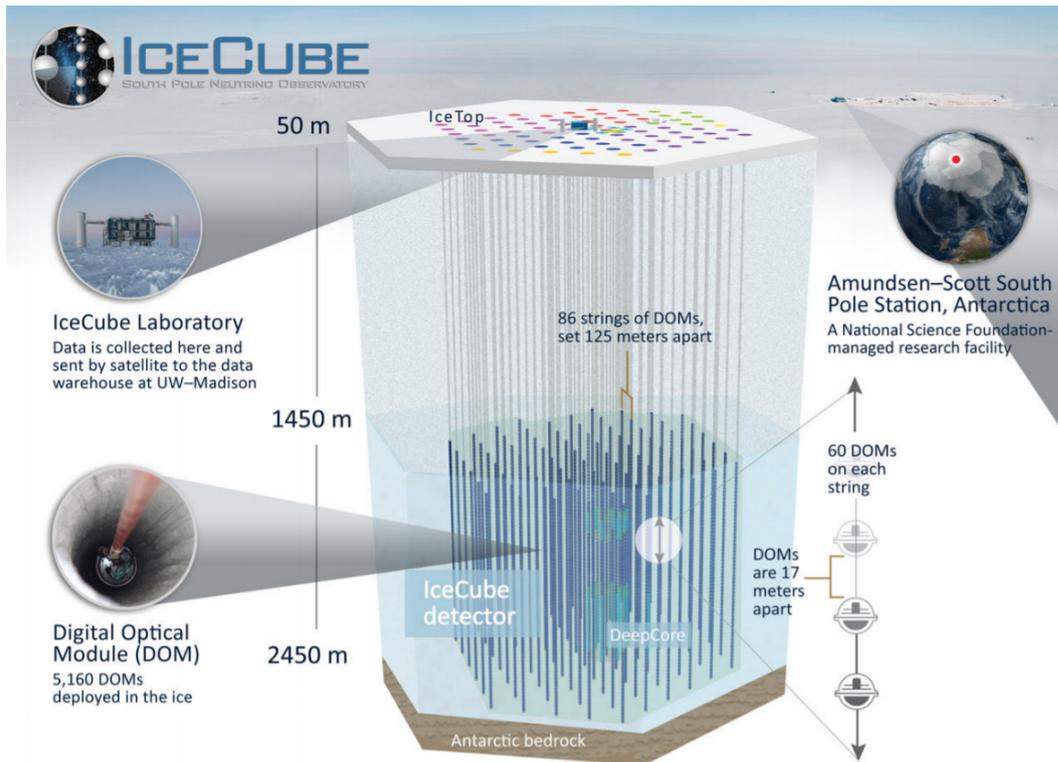


Figura 4.5: Esquema da estrutura do IceCube. Os módulos ópticos estão em camadas profundas de gelo no polo Sul, e o laboratório na superfície, junto ao IceTop, um detector de raios cósmicos que ajuda na complementação dos dados do IceCube. Figura reproduzida de [38]

4.2.4

Radiação Cherenkov

Toda detecção no IceCube depende do fenômeno chamado “radiação Cherenkov”. Este fenômeno nada mais é que a radiação eletromagnética emitida numa frente de onda coerente quando uma partícula com carga elétrica se movimenta em um meio dielétrico transparente com uma velocidade maior que a velocidade da luz neste meio.

De uma forma qualitativa, podemos entender o fenômeno da seguinte forma: quando uma partícula carregada atravessa o meio em baixa velocidade, ela polariza os átomos neutros com a sua presença. Essa polarização dos átomos consegue “acompanhar” a partícula de forma que o campo elétrico criado pela polarização anula o campo elétrico criado pela partícula.

Por outro lado, quando a partícula se movimenta em alta velocidade, como a informação de que a partícula passou por ali só é transmitida na velocidade da luz no material, a partícula passa, polariza os átomos, e rapidamente já foi embora, mas os átomos continuam polarizados por um momento porque a informação de que a partícula se foi ainda não chegou. Quando essa informação chega, o átomo se despolariza. Nesta situação, os campos elétricos gerados

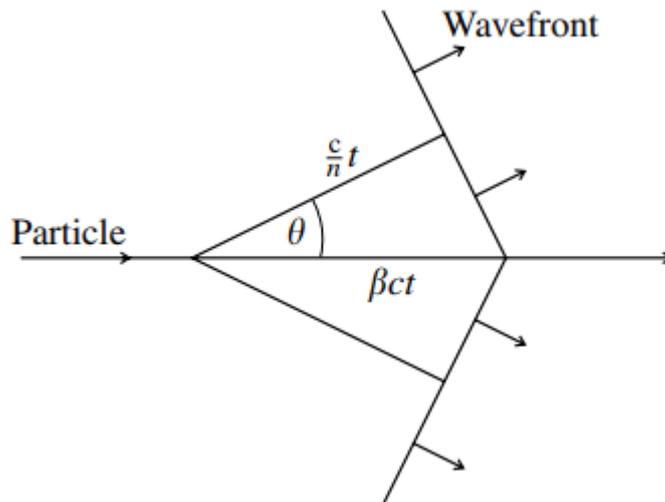


Figura 4.6: Construção de Huyghens para emissão de luz de Cherenkov por uma partícula relativística. Figura reproduzida de [48].

não se anulam, e acontece uma variação do campo elétrico nessa região do espaço com essa despolarização. Como já é conhecido, uma variação de campo elétrico promove uma variação de campo magnético, que promove uma variação de campo elétrico e assim por diante. Isso nada mais é do que uma onda eletromagnética, ou seja: luz.

Matematicamente, podemos calcular o ângulo θ na figura 4.6 como:

$$\cos \theta = \frac{ct/n}{\beta ct} = \frac{1}{\beta n}. \quad (4-11)$$

Por isso, sabendo o índice de refração (n), a partir do ângulo da frente de onda formada, sabemos a velocidade β da partícula. Também é possível obter informações a partir do espectro da radiação Cherenkov através da fórmula de Frank-Tamm:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial \omega} = \frac{q^2}{4\pi} \mu(\omega) \omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)} \right). \quad (4-12)$$

A solução desta equação fornece a energia E emitida por unidade de comprimento x atravessado pela partícula, e por unidade de frequência ω . Nela, q é a carga da partícula relativística, $\mu(\omega)$ é a permeabilidade magnética do meio, que depende da frequência, β é a velocidade da partícula em relação à velocidade da luz no vácuo ($\beta = \frac{v}{c}$), e $n(\omega)$ é o índice de refração do material, que também depende da frequência do fóton.

Podemos notar que a carga q da partícula vai ao quadrado na equação, portanto é impossível diferenciar apenas por essa radiação se a carga é positiva ou negativa, pois o rastro deixado é o mesmo. Por esse motivo, o IceCube não

tem a capacidade de diferenciar eventos gerados por neutrinos daqueles gerados por antineutrinos, já que não consegue diferenciar se o lépton carregado gerado pelo evento é negativo ou positivo (matéria ou antimatéria).

O espectro dessa radiação se concentra principalmente nas mais altas frequências visíveis, ou seja, azul, e na frequência invisível do ultravioleta. Uma característica de seu espectro é que ele não possui "picos" em determinadas frequências, é um espectro mais contínuo, diferente de um processo de fluorescência, por exemplo.

De forma aproximada, a intensidade em uma frequência é diretamente proporcional à própria frequência, como podemos ver na equação (4-12), por isso que apesar da emissão em toda a faixa de luz visível, o azul é mais pronunciado. Quando a frequência aumenta além do ultravioleta, entretanto, os outros parâmetros dependentes da frequência sofrem variações significativas que impedem a emissão em raios-X e raios gama.

4.2.5 Interpretação dos dados dos DOMs

Nesta seção, são analisadas quais informações podemos extrair dos dados capturados pelos módulos ópticos digitais (DOMs). Esses módulos são ultrasensíveis na medição da intensidade e tempo de chegada dos fótons, e possuem fotomultiplicadores que convertem a luz em sinais elétricos, que são enviados para o laboratório para análise e retransmissão por satélite.

4.2.5.1 Tipo de partícula

O IceCube é otimizado para detectar, principalmente, eventos de neutrinos (antineutrinos) do múon, já que quando eles interagem por corrente carregada, produzem um múon (antimúon) que é muito penetrante e deixa um longo rastro no detector. Entretanto, ele também consegue detectar eventos de neutrinos (antineutrinos) com a morfologia de "chuveiro", também chamado de "cascata", que são iniciados pela corrente carregada dos sabores eletrônicos e tauônicos, além das interações de corrente neutra de todos os sabores.

Sobre os eventos de NC em altas energias: Todos vão produzir uma cascata, devido à excitação do núcleo e seu posterior decaimento. A corrente neutra não é sensível ao sabor, e por isso seria impossível identificar o sabor do neutrino por esses eventos.

Agora, com os eventos que envolvem a CC, além do desencadeamento de um evento de cascata pelo mesmo motivo da NC, é produzido concomitantemente um lépton que também é detectado pelo IceCube. As cargas elétricas dos

três léptons são iguais, mas suas massas e tempos de decaimento são diferentes, e isso produz características diferentes nos sinais deixados no detector.

O elétron, devido a sua pequena massa, sofre espalhamento múltiplas vezes no detector antes de perder energia suficiente para não emitir luz Cherenkov, criando um sinal num formato esférico, que se soma ao chuveiro deixado pelo núcleo. Como a radiação emitida nesses eventos tende a estar totalmente contida no detector, eles produzem uma ótima estimativa da energia do neutrino original, mas com uma baixa resolução angular.

O múon, com uma massa maior e um tempo de decaimento relativamente longo, tende a deixar eventos no formato de rastros. A resolução de energia não é tão boa, principalmente se o neutrino muônico interagiu fora do volume fiducial, porém esse tipo de evento nos dá a melhor resolução angular, que nos permite prever com muita exatidão a direção do neutrino original.

O tau, por outro lado, poderíamos pensar que deixaria um rastro como o múon, já que sua massa é ainda maior e isso faria ele não ter muitos desvios. Entretanto, devido ao seu curtíssimo tempo de vida ($\approx 2,9 \cdot 10^{-13}$ s), ele rapidamente decai e, dependendo dos produtos, pode produzir um evento de chuveiro ou de rastro. Caso decaia em hádrons ou em elétron, desencadeará um evento de chuveiro, e caso decaia em múon ($\sim 17\%$ de probabilidade), desencadeará um rastro de múon. Por isso, diferenciar o sabor tauônico dos outros dois é, muitas vezes, um desafio.

Quando o decaimento do tau em múon ocorre dentro do volume fiducial, há a detecção do chuveiro gerado pelo decaimento do núcleo que interagiu com o neutrino, e sabemos que quando o tau é produzido, esse chuveiro é mais energético que o chuveiro gerado pelo decaimento do núcleo que interagiu com o neutrino muônico (que muitas vezes nem é detectável), mas quando a interação ocorre fora desse volume e apenas o múon é detectado, há uma ambiguidade. Outra forma de detectar o neutrino de tau de forma inambígua é quando temos um evento de "cascata dupla", o que só acontece se o neutrino do tau possui energia muito alta ($\gtrsim 100$ TeV), pois daria tempo dele se afastar da cascata gerada pelo núcleo antes de cascatear no seu próprio decaimento.

Os eventos no IceCube são representados como nas figuras 4.7 e 4.8. Os DOMs são representados por esferas, e a cor indica o tempo de chegada dos fótons: vermelho é mais antigo e azul é mais recente. O tamanho das esferas indica a intensidade detectada. Com isso é possível reconstruir o ângulo e energia da partícula. Podemos visualizar que no evento de trilha, o múon se desloca da direita para a esquerda, enquanto que na figura do cascateamento, a interação começou na região central e os produtos se espalharam de forma aproximadamente esférica.

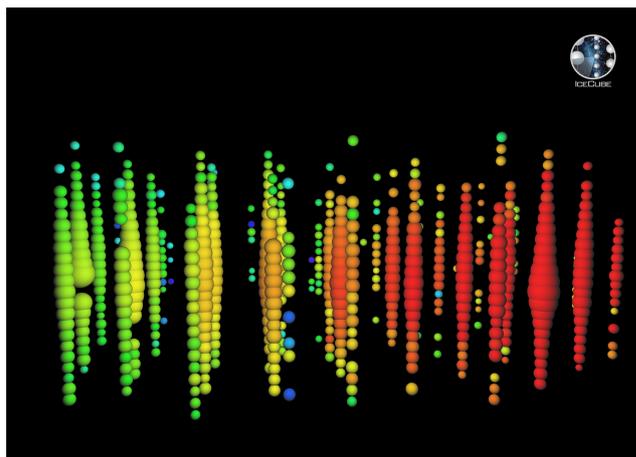


Figura 4.7: Rastro de um múon detectado no IceCube (ID 116807,9493609). A energia mais provável do múon é de 604 TeV e a energia mais provável do neutrino é 880 TeV. [39]

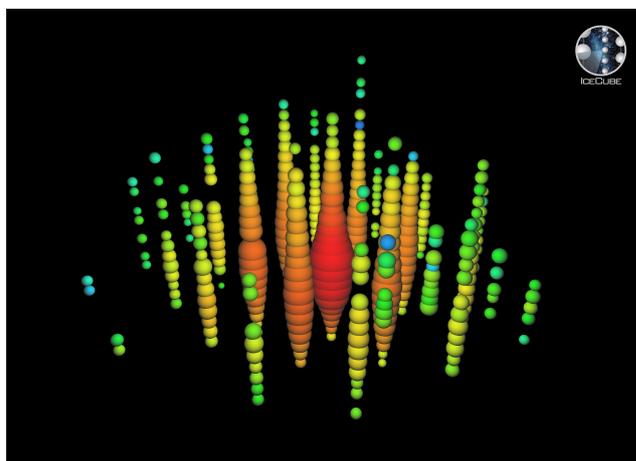


Figura 4.8: Cascata gerada pelo neutrino mais energético já observado pelo IceCube. Ele foi apelidado de "Ernie" e tem energia estimada de 1.14 PeV. [39]

4.2.5.2

Origem da partícula

Outro questionamento legítimo que podemos fazer é em relação à origem das partículas detectadas. Como saber se elas, de fato, vieram da interação de um neutrino com a matéria ordinária da Terra, ou se é uma detecção de partículas produzidas por outra fonte?

Devido ao isolamento da Antártida, a única fonte de partículas de alta energia seriam os raios cósmicos. A radioatividade natural da crosta terrestre emite partículas de baixa energia, que não chegam na faixa de energia de GeV, além de estarem em menor quantidade quando comparadas aos raios cósmicos.

Dentro do universo de partículas secundárias carregadas geradas pelos raios cósmicos, a maioria possui um tempo de vida muito curto, de forma

que não conseguem chegar sequer à superfície terrestre. Elétrons e pósitrons são estáveis e não decaem, mas por serem tão leves são muito suscetíveis à absorção atmosférica, e não são capazes de atravessar a grossa camada de gelo até chegar na profundidade do IceCube.

As únicas partículas carregadas com alta penetração e uma vida-média longa o suficiente para atravessar dezenas de quilômetros são os múons, e é por isso que eles são uma fonte de contaminação nos dados do IceCube, como representado na figura 4.9. Para mitigar esse efeito, algumas medidas são tomadas, como a detecção de raios cósmicos através do IceTop, na superfície. Com o cruzamento de dados é possível obter um pouco mais de clareza se a origem do múon é nos raios cósmicos ou da corrente carregada de um neutrino muônico.

Além disso, uma forma ainda mais eficiente de “limpar” os dados dessa contaminação de múons provenientes dos raios cósmicos é desprezando os dados dos múons que vêm de cima do detector, de forma a usar apenas os dados daqueles que chegam num ângulo de zênite entre 90° e 180° . Assim, a Terra age como um filtro, pois os múons não conseguem atravessá-la devido ao seu tempo de decaimento e perda de energia. Com isso, garantimos que os eventos de detecções de trilhas de múons "de baixo para cima" são provenientes apenas de eventos de interações de neutrinos do múon.

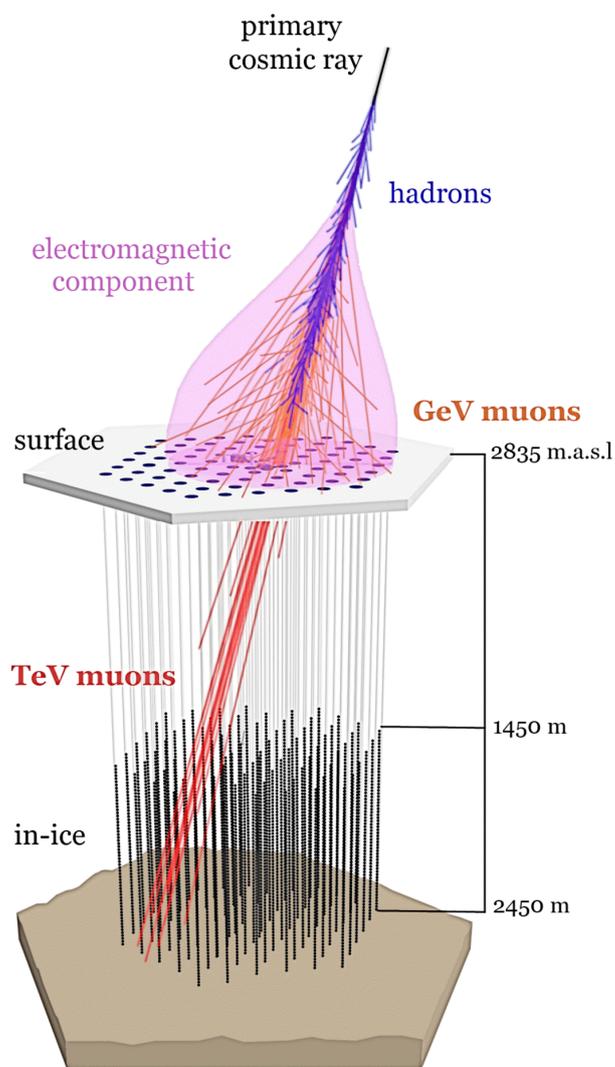


Figura 4.9: Representação esquemática de como o IceTop complementa os dados de rastros de múons obtidos pelo IceCube. Os múons mais energéticos conseguem atravessar o gelo e serem detectados no IceCube antes de decaírem devido à dilatação temporal prevista pela Relatividade Restrita. Figura reproduzida de [40].

5 Metodologia

No intuito de testar a violação do princípio da equivalência com os dados de neutrinos atmosféricos do IceCube, foi realizada uma análise estatística que compara os dados coletados pelo detector com a quantidade esperada de detecção para cada combinação de parâmetros de VEP. Os dados liberados pela colaboração do IceCube contêm informações sobre a energia e ângulo dos múons detectados (representantes dos neutrinos muônicos), e podemos confrontar com os valores esperados pelos melhores modelos de produção de neutrinos muônicos a partir de raios cósmicos.

Neste capítulo, detalhamos um passo a passo com a metodologia utilizada, para uma compreensão completa dos resultados obtidos. São destacadas também todas as limitações dessa análise, com a finalidade de reforçar qual é a confiabilidade e validade dos limites obtidos.

5.1 Objetivos

O principal objetivo desta análise é definir, com uma confiabilidade de 90%, os limites estatisticamente aceitáveis de uma possível violação do princípio da equivalência, dentro de uma abordagem minimalista do problema. A ideia é que possamos contemplar a VEP de uma maneira mais generalista, variando apenas os valores da constante gravitacional G para cada autoestado de massa (ν_1, ν_2, ν_3) , já que não há uma teoria específica em foco para ser testada.

Espera-se também, com este estudo, contribuir com o avanço neste tema a partir da análise de um conjunto de dados fornecido pelo IceCube, comparando com os resultados obtidos em trabalhos anteriores de outros autores, que usaram outros conjuntos de dados. Isto ajudaria a avaliar a robustez e confiabilidade dos limites obtidos anteriormente e possivelmente descobrir limites mais restritos.

Para o objetivo principal, buscamos padrões nos dados que possam indicar desvios estatísticos em relação ao que é esperado com o princípio da equivalência, o que confirmaria a VEP, ou endossar os modelos existentes, restringindo o valor estatisticamente aceitável para sua violação. Isso é feito

usando uma simples estatística de χ^2 , considerando parâmetros de incômodo a fim de tomar em conta as incertezas nos modelos. A importância de restringir a VEP foi discutida com mais detalhes na seção 3.1 e se resume em possivelmente excluir teorias de gravitação quântica que preveem uma violação maior do que a oscilação de neutrinos permite.

5.2

Descrição dos dados

O conjunto de dados usados nesta análise foi obtido em 2011, a partir do primeiro ano em que o IceCube esteve com todos os seus 86 cabos em pleno funcionamento. Esses dados podem ser acessados em [41]. A amostra original continha dados sobre 20.145 múons detectados, e suas trajetórias foram reconstruídas de forma que se pôde extrair informações sobre os ângulos de zênite e energia. Neste conjunto, foram coletados apenas os dados dos múons cujo cosseno do ângulo de zênite variava entre -1 e 0,2 e energias entre 400 GeV e 20 TeV. Esses múons seriam produzidos pela interação de neutrinos muônicos no gelo ou rochas ao redor do detector, como explicado em detalhes na seção 4.2.

A princípio, também há um fluxo de neutrinos eletrônicos atmosféricos, porém este fluxo nessa faixa de energias é de apenas $\Phi(\nu_e)/\Phi(\nu_\mu) \lesssim \frac{1}{30}$ [42], e além disso, a sua contribuição fica ainda menor depois de considerarmos as probabilidades de oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$. Por esse motivo, vamos desprezar esta contribuição nesta análise.

Dentre os múons detectados, espera-se que 99,9% sejam provenientes de neutrinos atmosféricos com origem no decaimento de píons e káons. Assim, é verificado que a contaminação por neutrinos astrofísicos ou de mésons charmosos pode ser completamente desprezada de forma segura [43].

Junto aos dados de múons liberados, foram fornecidos os fluxos de neutrinos muônicos atmosféricos previstos usando 7 modelos diferentes:

1. CombinedGHandHG_H3a_QGSJET-II-04
2. CombinedGHandHG_H3a_SIBYLL2.3_rc1_pl
3. Honda+Gaisser
4. PolyGonato_QGSJET-II-04
5. PolyGonato_SIBYLL2.3_rc1_pl
6. ZatsepinSokolskaya_pamela_QGSJET-II-04
7. ZatsepinSokolskaya_pamela_SIBYLL2.3_rc1_pl

Desses modelos de fluxo, o mais aceito e usado na literatura é o Honda+Gaisser [49, 50, 51], que combina o modelo de espectro primário "HKKM com correção de joelho H3a" com o modelo hadrônico "DPMJET-III", mas também foram usados como variantes os fluxos que combinam os espectros cósmicos Gaisser-Hillas [51], Zatsepin-Sokolskaya [52] e Poly-gonato [53] com os diferentes modelos de evolução hadrônica QGSJET-II-4 [54] e SIBYLL2.3 [55]. Eles serão, a partir de agora, etiquetados com os respectivos números na lista.

Em cada modelo há a separação dos fluxos em neutrinos e antineutrinos provenientes de píons e káons, então temos 4 fluxos bem definidos, para cada energia e ângulo:

- Neutrinos dos káons
- Neutrinos dos píons
- Antineutrinos dos káons
- Antineutrinos dos píons

No intuito de facilitar o tratamento dos dados, um dos formatos de fluxos fornecidos era o de fluxos médios por faixas de energia e faixas de cossenos do ângulo zenital. Nele, as energias reais dos neutrinos foram divididas em 200 faixas, com intervalos iguais na escala logarítmica, começando em 200 GeV até 1000 TeV. Os cossenos variavam de -1 a 0,24, e foram divididos linearmente em 21 intervalos, exceto pelo primeiro intervalo que foi de um valor de -1 até -0,96 (diferença de 0,04). Os outros intervalos têm diferenças de 0,06.

Além disso, temos informações sobre o tensor de resposta do detector (T). Este tensor foi feito a partir de uma amostra de Monte Carlo de mais de 360 anos de eventos simulados, e a divisão dos intervalos foi escolhida de acordo com a resolução experimental e as estatísticas acumuladas da amostra. Em geral, a energia do múon é menor que a energia do neutrino que o produziu, e a direção de propagação é mantida praticamente igual, com um ângulo de abertura $\Delta\theta$ que segue a fórmula:

$$\Delta\theta = 0,7 \cdot \left(\frac{E_\nu}{\text{TeV}} \right)^{-0.7} \text{ graus}, \quad (5-1)$$

o que nos dá uma abertura máxima de $\Delta\theta \approx 2,2^\circ$ para as menores energias (200 GeV), e $\Delta\theta \approx (4,4 \cdot 10^{-5})^\circ$ de abertura mínima para as maiores energias (1000 TeV). Dessa forma, podemos desprezar as aberturas e considerar que o ângulo se mantém.

Separadamente, são fornecidos os tensores de resposta (T) para neutrinos e para antineutrinos, e ele deve ser multiplicado pela matriz do fluxo de

neutrinos (antineutrinos) Φ_ν ($\Phi_{\bar{\nu}}$) para sabermos quantos eventos N devemos esperar em cada faixa de energia do múon e ângulo. A multiplicação desses tensores tem a seguinte estrutura:

$$N_{(E_\mu, \cos \theta_z)} = T_{\nu(E_\mu, \cos \theta_z, E_\nu)} \cdot \Phi_{\nu(\cos \theta_z, E_\nu)} + T_{\bar{\nu}(E_\mu, \cos \theta_z, E_{\bar{\nu}})} \cdot \Phi_{\bar{\nu}(\cos \theta_z, E_{\bar{\nu}})} , \quad (5-2)$$

onde os índices entre parêntesis indicam as dimensões desses tensores e correspondem à energia do múon detectado (E_μ), o cosseno do ângulo de zênite ($\cos \theta_z$), e a energia real do neutrino ou antineutrino que gerou o evento (E_ν ou $E_{\bar{\nu}}$). Nos eventos esperados, somamos o fluxo de neutrinos e antineutrinos, pois como foi explicado na seção 4.2.4, o IceCube não diferencia cargas positivas e negativas, ou seja, se a partícula é um múon ou antimúon.

Os intervalos de cossenos e de energia real dos neutrinos são iguais tanto nos arquivos dos fluxos quanto no tensor de resposta, permitindo a pronta convolução. Neste trabalho usamos apenas o tensor de resposta nominal do IceCube, que seria o modelo de gelo SPICEMIE e 99% de eficiência dos DOMs, esta modelagem é apresentada em [44].

A energia do múon é separada em 10 intervalos de energia, que variam desde 400 GeV até 20 TeV (de acordo com os dados fornecidos) e a separação é feita de forma logarítmica, com uma razão de aproximadamente 1,477 entre os valores das bordas dos intervalos.

Para exemplificar um resultado do número de eventos esperados para cada intervalo, usamos os fluxos do modelo 3 e construímos a figura 5.1. Para efeito de comparação, temos também os dados do número de eventos ocorridos de fato na figura 5.2.

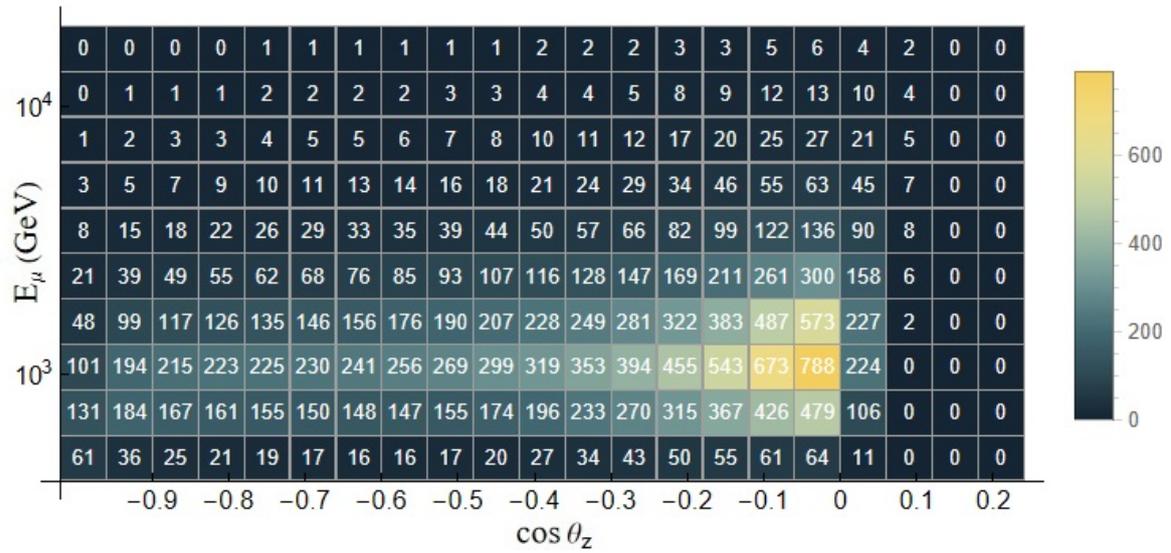


Figura 5.1: Número de eventos esperados pelo modelo 3 (Honda+Gaisser) em cada intervalo de energia do múon e ângulo de zênite. Neste resultado, não foi considerado nenhum efeito de VEP.

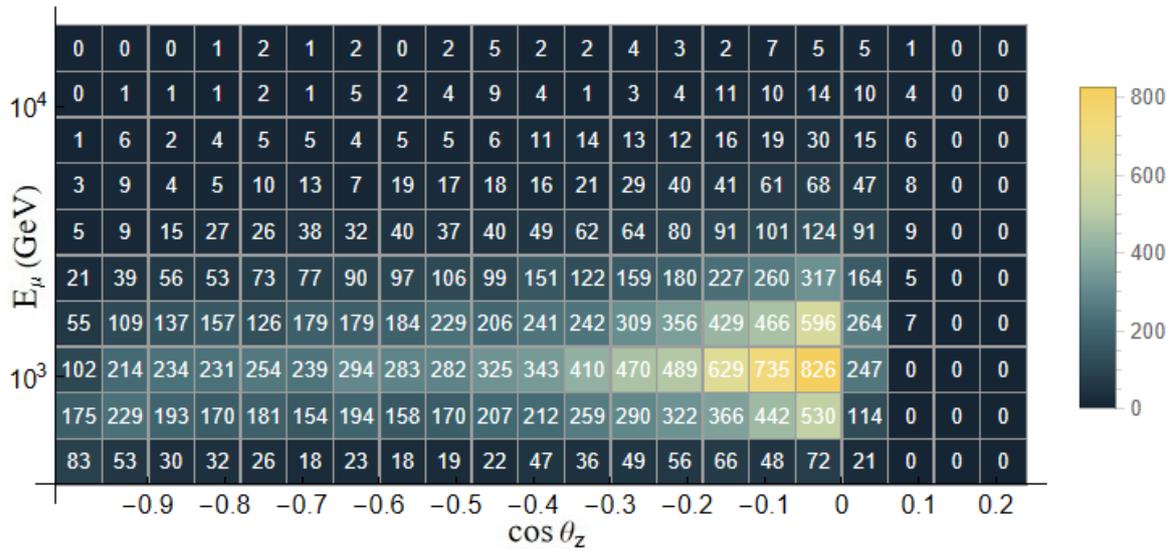


Figura 5.2: Número de eventos observados em cada intervalo de energia do múon e ângulo de zênite.

5.3

Construção do modelo de oscilação na presença de VEP

Para realização da análise estatística, o primeiro passo é descobrir as probabilidades de oscilação dos neutrinos e antineutrinos do múon para cada valor de energia e ângulo na presença de VEP. Os neutrinos do múon de altas energia que se propagam no interior da Terra sem VEP não oscilam. Entretanto, na presença de VEP, as probabilidades de sobrevivência do sabor

muônico são diferentes de 1 e precisamos calcular uma por uma resolvendo a equação (3-9), que considera a mistura dos três sabores, e o efeito de matéria causado pela propagação no interior da Terra. Para o cálculo do efeito de matéria da Terra, usamos o modelo PREM, já discutido na seção 3.3, e para a transformação das densidades sentidas em função do ângulo, usamos a equação (3-12).

Para chegarmos aos resultados, rodamos um código no Wolfram Mathematica que calcula numericamente os valores da probabilidade de sobrevivência tanto para o neutrino quanto para o antineutrino propagado. Na matriz PMNS foram desprezados os efeitos da fase de violação de CP, e usamos os ângulos de mistura já bem conhecidos de $\theta_{12} = 34,3^\circ$, $\theta_{13} = 8,53^\circ$, $\theta_{23} = 49,26^\circ$. As diferenças de massa também são valores bem estabelecidos de $\Delta m_{21}^2 = 7,50 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ e $\Delta m_{31}^2 = 2,55 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$. Todos estes parâmetros de oscilação estão em [15] e foi assumida a hierarquia normal das massas.

O cálculo foi feito com 22 diferentes valores absolutos para os parâmetros $\phi\Delta\gamma_{21}$ e $\phi\Delta\gamma_{31}$, produzindo $22 \times 22 = 484$ combinações em diferentes arquivos para ambos os parâmetros positivos em neutrinos, e outros 484 arquivos para o caso de um ser positivo e o outro negativo. Isso foi feito de forma idêntica para antineutrinos, o que produziu, no total, 1936 arquivos de dados. Um dos 22 valores é zero (nenhuma VEP no setor correspondente), e os outros 21 variam de 10^{-28} a 10^{-26} com valores igualmente espaçados na escala logarítmica. Isso permite analisar o comportamento esperado dos neutrinos em muitas combinações dos dois parâmetros de VEP.

Além disso, neste código, as energias dos neutrinos (antineutrinos) foram divididas em 250 energias espaçadas de forma igual na escala logarítmica, variando de 200 GeV a 1000 TeV, correspondente à faixa de energia dos neutrinos (antineutrinos) do tensor de resposta do detector e modelos de fluxo. E no intuito de testarmos, também, para muitos ângulos de zênite, eles foram divididos em 50, de forma que seus cossenos variem entre -1 e 0 e sejam igualmente espaçados linearmente. Limitamos o ângulo para que se calcule apenas para neutrinos e antineutrinos que vêm de baixo do detector, eliminando todos os eventos que não passaram pelo filtro da Terra e evitando a contaminação dos dados com múons atmosféricos.

Com esses valores definidos, foi calculada a probabilidade de sobrevivência em todas as 250×50 combinações de energia e ângulo para neutrinos e antineutrinos, totalizando 12.500 valores de probabilidades de sobrevivência para cada um dos 1.936 arquivos. Estes conjuntos de dados discretos foram interpolados para cada arquivo, produzindo uma função contínua de duas variáveis (energia e cosseno do ângulo de zênite) que nos dá os valores de probabilidades.

Na figura 5.3 podemos ver alguns exemplos.

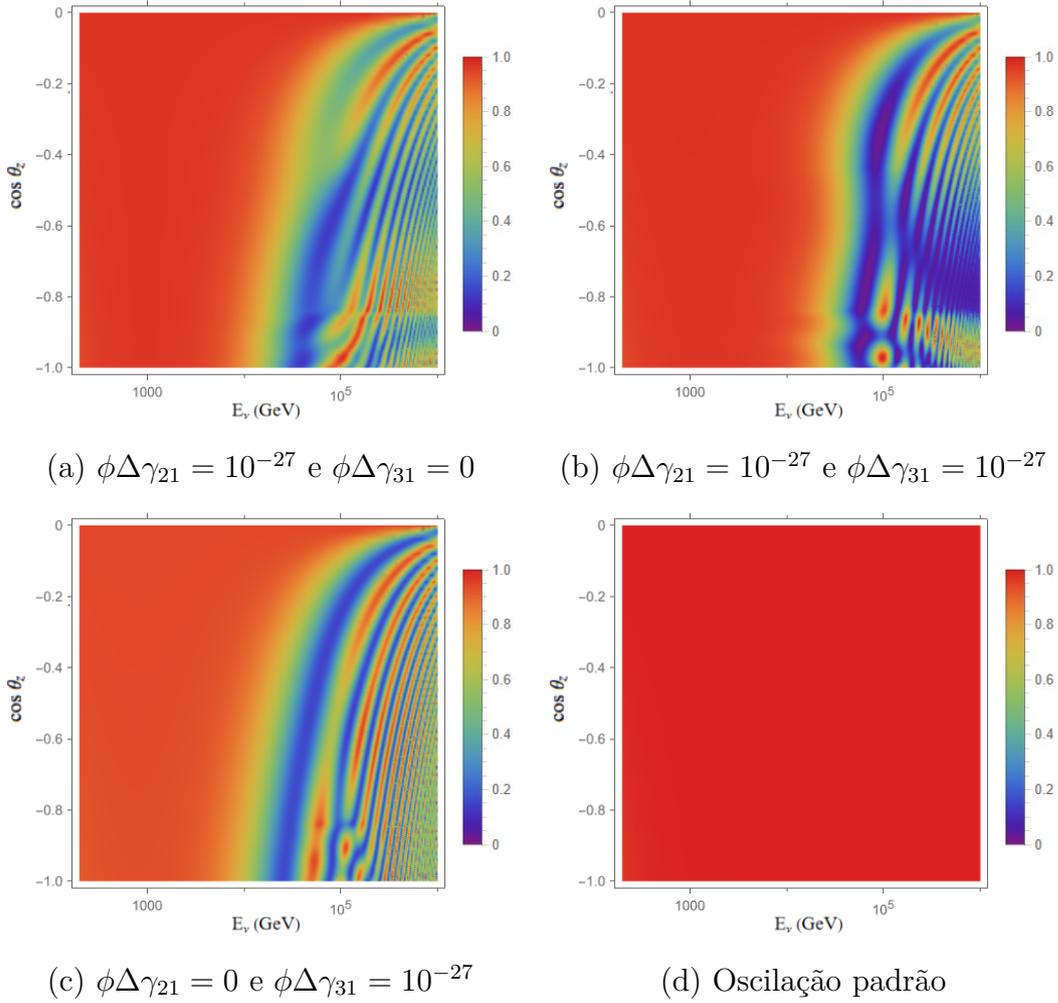


Figura 5.3: Conjunto dos oscilogramas que mostram as probabilidades de sobrevivência do sabor muônico para quatro combinações de parâmetros de VEP, de acordo com a energia do neutrino muônico atmosférico criado e o cosseno do ângulo de zênite com que ele atravessa a Terra até chegar ao polo Sul. Nas figuras da esquerda, temos apenas um dos parâmetros nulos e nas figuras da direita, ambos os parâmetros são iguais: em cima, não-nulos, e embaixo, nulos, ou seja, sem efeito de VEP.

O próximo passo é usar essas funções interpoladas para fazer a média das probabilidades nas caixas de cossenos e energias. Para podermos fazer a multiplicação direta da probabilidade de sobrevivência pelo fluxo esperado, usamos os intervalos já estipulados pelos dados liberados pela colaboração do IceCube. Para a determinação da probabilidade média na caixa que corresponde ao k -ésimo intervalo de energia junto ao j -ésimo intervalo de cosseno, calculamos:

$$\langle P_{\mu\mu} \rangle_{kj} = \frac{\int_{(E_\nu)_k}^{(k+1)} \int_{(\cos \theta_z)_j}^{(j+1)} P_{\mu\mu} \cdot dE_\nu \cdot d(\cos \theta_z)}{\Delta E_\nu \cdot \Delta \cos \theta_z}, \quad (5-3)$$

onde as variações ΔE_ν e $\Delta \cos \theta_z$ são, respectivamente, as diferenças entre os valores das bordas de energia de número $(k + 1)$ e (k) , e as bordas de cosseno $(j + 1)$ e (j) . Um índice k ou j igual a 1 significa a primeira borda, e assim por diante. Desta forma pudemos calcular a média para todas as caixas, em cada uma das combinações de VEP para neutrinos e antineutrinos.

Agora que já temos todas as probabilidades separadas nos intervalos, podemos modificar a equação (5-2) para corrigirmos o fluxo na presença da VEP em cada caso, e com isso calcularmos o número de eventos esperados em cada combinação de parâmetros. Nesta correção, devemos multiplicar separadamente a probabilidade para neutrinos e antineutrinos, que são diferentes, pelos seus respectivos fluxos:

$$N_{(E_\mu, \cos \theta_z)} = T_{\nu(E_\mu, \cos \theta_z, E_\nu)} \cdot P_{\mu\mu} \cdot \Phi_{\nu(\cos \theta_z, E_\nu)} \quad (5-4)$$

$$+ T_{\bar{\nu}(E_\mu, \cos \theta_z, E_{\bar{\nu}})} \cdot \bar{P}_{\mu\mu} \cdot \Phi_{\bar{\nu}(\cos \theta_z, E_{\bar{\nu}})} \cdot$$

Como só usamos os cossenos no intervalo de -1 a 0, simplesmente fizemos a eliminação, em todos os tensores, dos intervalos de cossenos maiores que 0. Com isso, já poderíamos comparar cada caso de VEP com os dados, porém para uma análise estatística mais robusta, devemos levar em conta as incertezas no fluxo esperado, o que vamos ver na próxima seção.

5.4

Consideração das incertezas nos fluxos

Para uma análise estatística mais precisa e robusta, melhorando a validade do resultado, se faz necessário o uso de parâmetros de incômodo nos fluxos esperados de neutrinos. Isso faz com que se leve em conta possíveis vieses e melhore a qualidade da estatística.

No cálculo dos eventos esperados, usamos os 7 fluxos diferentes fornecidos, de diferentes modelos de espectro e hadrônicos. Estes diferentes modelos são parâmetros de incômodo discretos e com isso visamos descobrir qual modelo se encaixa melhor nos dados.

Além disso, usamos 4 parâmetros contínuos para os fluxos, representados na equação:

$$\Phi_{\text{total}} = N_\Phi \left[(\Phi_\pi^\nu + N_{K/\pi} \Phi_K^\nu) + N_{\bar{\nu}/\nu} (\Phi_\pi^{\bar{\nu}} + N_{K/\pi} \Phi_K^{\bar{\nu}}) \right] \left(\frac{E_\nu}{E_0} \right)^{-\alpha} \quad (5-5)$$

O parâmetro $N_{\bar{\nu}/\nu}$ leva em conta a incerteza no fluxo calculado entre neutrinos

e antineutrinos. Já $N_{K/\pi}$ é para a correção de possíveis divergências na razão do fluxo de Káons e Píons, enquanto N_Φ é uma normalização do fluxo total esperado. Temos também o parâmetro α , que se relaciona com o índice espectral do fluxo. O termo E_0 é a energia que fica na mediana da distribuição de energias dos neutrinos. Ele foi calculado de forma que a distribuição de energia segue a escala logarítmica, e por isso essa energia é igual à média geométrica das energias máxima e mínima, ou seja:

$$E_0 = \sqrt{200 \cdot 10^6} \text{ GeV} \approx 14 \text{ TeV} . \quad (5-6)$$

Do mesmo modo, o termo E_ν fica na mediana de cada intervalo de energias, então, dependendo do intervalo ele tem um valor diferente. Recuperando a notação para as bordas de energia usada na equação (5-3), podemos expressar:

$$(E_\nu)_k = \sqrt{E_k \cdot E_{k+1}} \text{ GeV} . \quad (5-7)$$

Para a consideração da VEP, multiplicamos pelos fluxos de neutrinos e antineutrinos, as probabilidades. A equação completa, seria, então:

$$\Phi_{\text{total}} = N_\Phi \left[\left(\Phi_\pi^\nu + N_{K/\pi} \Phi_K^\nu \right) P_{\mu\mu}^\nu + N_{\bar{\nu}/\nu} \left(\Phi_\pi^{\bar{\nu}} + N_{K/\pi} \Phi_K^{\bar{\nu}} \right) P_{\mu\mu}^{\bar{\nu}} \right] \left(\frac{E_\nu}{E_0} \right)^{-\alpha} . \quad (5-8)$$

Cada parâmetro de incômodo N tem o valor padrão como 1, enquanto o parâmetro α tem valor padrão 0, e foram testadas variações em torno destes valores de referência, para todos os modelos.

5.5

Método estatístico

Para encontrar o fluxo que mais combina com os dados, foi usada uma estatística de χ^2 simples, em cada um dos 7 modelos de fluxo, baseada na equação:

$$\chi^2(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31}, N_\Phi, N_{K/\pi}, N_{\bar{\nu}/\nu}, \alpha) = \quad (5-9)$$

$$2 \sum_{ij} \left(N_{\text{esp}}^{ij} - N_{\text{dados}}^{ij} + N_{\text{dados}}^{ij} \ln \frac{N_{\text{dados}}^{ij}}{N_{\text{esp}}^{ij}} \right) + \text{T.A.}$$

Os índices “ i ” e “ j ” são correspondentes à numeração dos intervalos de energia do múon e cossenos. O somatório é feito para cada caixa da combinação “ ij ”.

Seguindo a equação, comparamos o número de eventos esperados na caixinha “ ij ” (N_{esp}^{ij}) com os dados do número real de eventos captados na mesma caixa (N_{dados}^{ij}). Nos dados fornecidos, cinco setores não possuíam nenhum evento registrado. Isso faz com que o logaritmo neperiano seja indefinido, e por isso todos esses cinco setores foram excluídos da análise, e a soma foi feita sobre os outros 165.

A abreviação “T.A.” são os “termos de ajuste”. Eles são baseados nas incertezas dos parâmetros de incômodo usados e servem para balancear o resultado numérico do χ^2 , de forma que um parâmetro de incômodo muito desviante do esperado seja “punido” adicionando um valor ao resultado. As incertezas usadas estão na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Parâmetros de incômodo do fluxo atmosférico utilizados na estatística χ^2 , e suas incertezas [43].

| Parâmetro | Tipo | Incerteza |
|-----------------------|--------------|------------------|
| Modelo de Fluxo | Discreta (7) | *** |
| Razão $\bar{\nu}/\nu$ | Contínua | 0,025 |
| Razão K/π | Contínua | 0,1 |
| Normalização geral | Contínua | 0,4 ¹ |
| Índice espectral | Contínua | 0,05 |

Com base nessas incertezas, podemos completar a equação com os termos de ajuste:

$$\text{T.A.} = \left(\frac{N_{\Phi} - 1}{\sigma_{N_{\Phi}}} \right)^2 + \left(\frac{N_{K/\pi} - 1}{\sigma_{N_{K/\pi}}} \right)^2 + \left(\frac{N_{\bar{\nu}/\nu} - 1}{\sigma_{N_{\bar{\nu}/\nu}}} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\sigma_{\alpha}} \right)^2 . \quad (5-10)$$

A partir daí, foi feita a marginalização sobre os parâmetros de incômodo para encontrar o menor χ^2 para cada combinação de parâmetros de VEP, ou seja, encontramos cada um dos valores de $\chi^2(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31})$ para cada um dos 7 modelos de fluxo. Para essa marginalização, variamos os parâmetros de incômodo até dois desvios padrão para mais e para menos e computamos os resultados para muitas combinações de valores intermediários, até um limite razoável de tempo de computação.

Ao coletarmos o menor valor de χ^2 , com seus respectivos valores de parâmetros de incômodo, foram feitos histogramas para visualização de para quais valores os parâmetros marginalizados tendiam. Com essa informação,

¹A incerteza da normalização total do fluxo é alta pois ela aumenta nas altas energias. O valor usado expressa a maior incerteza estimada com base em [59, 50]

foi rodado novamente o código com ajustes para que não haja “acúmulos” nos limites máximos ou mínimos dos parâmetros, permitindo que o parâmetro varie ainda mais, e para que possamos retirar da varredura os valores que os parâmetros marginalizados não chegam, economizando tempo de computação e aumentando a precisão.

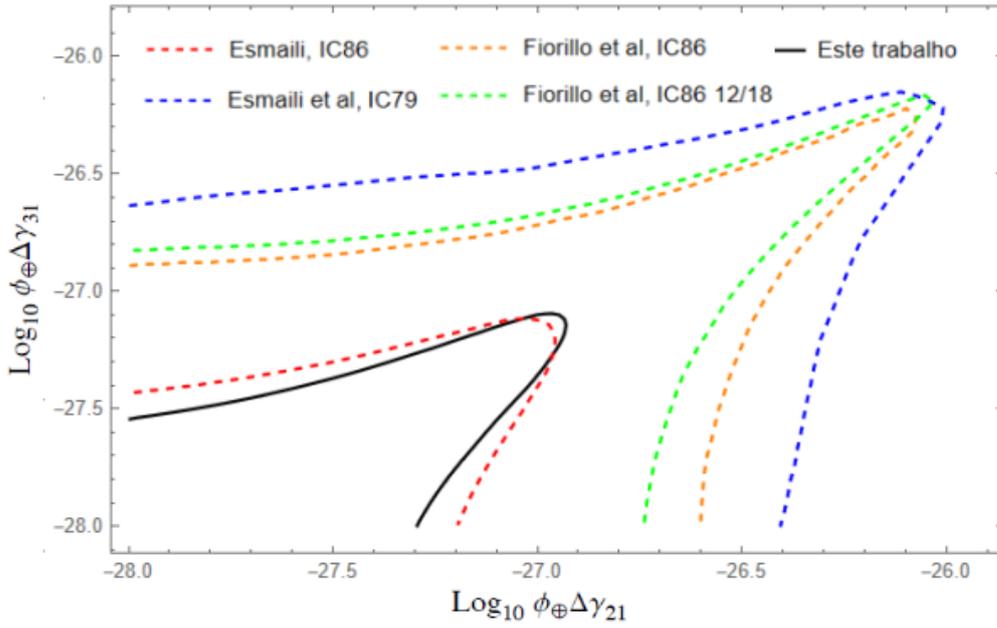
Após estes procedimentos, encontramos o menor $\chi^2(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31})$ em cada modelo e combinação de parâmetros de VEP, e podemos descobrir o ajuste ótimo minimizando o χ^2 dentre todos os diferentes $\chi^2(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31})$.

5.6 Resultados

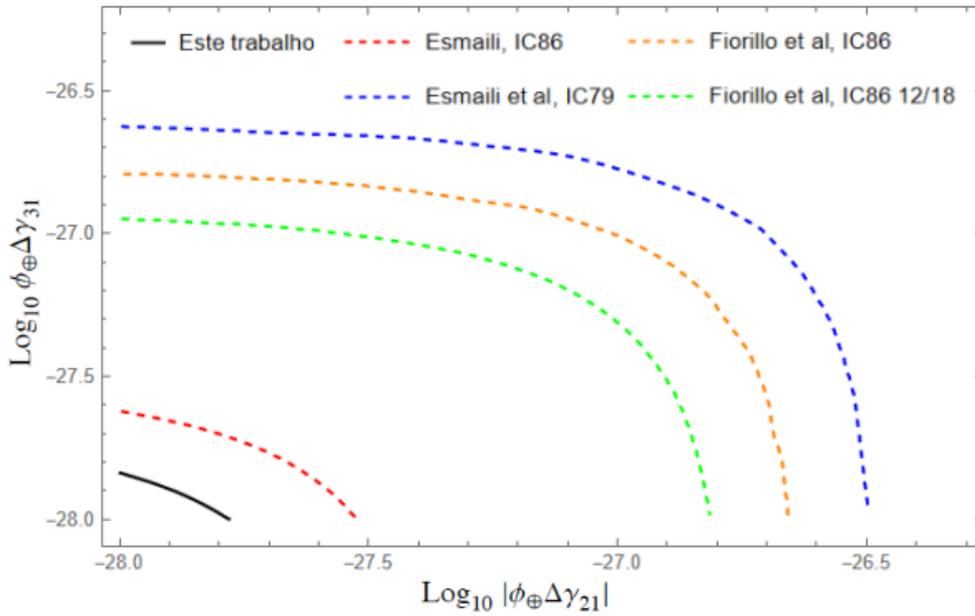
O menor $\chi^2(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31})$, ou seja, aquele que possui maior verossimilhança e se aproxima mais dos dados coletados, é o $\chi_{\text{mín}}^2 = \chi^2(0, 0) = 180.9$ no modelo 6. Dividindo esse valor pelos graus de liberdade (165 pontos experimentais menos 5 parâmetros de incômodo, totalizando 160 graus de liberdade), temos um $\chi_{\text{mín}}^2$ reduzido de $\approx 1,13$, o que nos dá um bom ajuste dos dados com a realidade, por ser um valor próximo de 1.

Além disso, em todos os modelos, o $\chi^2(0, 0)$ foi o de menor valor. Isto significa que o cenário que melhor se ajusta aos dados é o cenário em que não ocorre nenhuma violação do princípio da equivalência. O parâmetro de exclusão usado foi o de 90% de nível de confiança, então aqueles valores que divergiram de $\chi^2(0, 0)$ em até 4,6 são valores de VEP ainda permitidos estatisticamente.

Após a interpolação dos cenários permitidos tanto para combinações de ambos os parâmetros positivos, ou um positivo e um negativo, chegamos às imagens da figura 5.4, que comparam o resultado deste trabalho com resultados de trabalhos semelhantes anteriores.



(a) $\Delta\gamma_{21} > 0$ e $\Delta\gamma_{31} > 0$



(b) $\Delta\gamma_{21} < 0$ e $\Delta\gamma_{31} > 0$

Figura 5.4: Limites obtidos no plano $(\Delta\gamma_{21}, \Delta\gamma_{31})$ com 90% de nível de confiança com os dados de [41] e comparação com os resultados dos trabalhos [42, 45, 46].

Não há necessidade de testarmos as outras duas combinações, pois as distribuições são simétricas, ou seja: ambos os parâmetros positivos dão as mesmas probabilidades de quando ambos são negativos; igualmente, os dois casos de parâmetros com sinais alternados também fornecem as mesmas probabilidades de sobrevivência do múon. Com estes resultados, vemos que, de

fato, conforme já era esperado pela discussão no final da seção 3.3, os cenários de sinais iguais produzem limites muito menos restritos que os cenários de sinais opostos.

5.7

Discussão das limitações

Uma das limitações que deve ser discutida é o fato de que nos limites obtidos por essa abordagem minimalista se supõe que não há mistura entre os estados gravitacionais e de massa, mas esta não é a única abordagem possível da VEP. Em outros trabalhos, como em [42], se testou limites nos ângulos de mistura em conjunto com a VEP. É interessante ressaltar também que se os ângulos de mistura forem de forma que a base de sabores e a gravitacional são diagonalizadas pela mesma matriz, é impossível restringir a VEP com oscilação de neutrinos [45]. Por isso, esse resultado só é válido para o caso de não haver mistura entre os estados gravitacionais e de massa. Se desejamos restringir a VEP em um caso mais abrangente, se faz necessário um estudo com outras possibilidades de ângulos de mistura.

Outra questão a se considerar é o já mencionado fato de que uma parte dos neutrinos atmosféricos seriam criados com o sabor de neutrinos eletrônicos, e poderiam oscilar para neutrinos muônicos. Esta não consideração influenciaria o resultado obtido neste trabalho no sentido de restringir a VEP a limites um pouco mais restritos do que deveria. Isso acontece porque a VEP em altas energias faz com que o valor esperado de sobrevivência do sabor muônico seja menor que sem VEP, entretanto, a VEP no neutrino eletrônico faz com que haja uma possibilidade de ele oscilar para o sabor muônico, compensando uma parte da perda anterior, e por isso sendo mais similar ao caso sem VEP.

Apesar dessa imprecisão, a consideração dos neutrinos eletrônicos nos geraria uma correção muito pequena, pois além do fluxo deles ser pequeno (aproximadamente 3,3% dos neutrinos atmosféricos), a oscilação de eletrônicos para muônicos não é tão forte na presença de VEP quanto o desaparecimento dos neutrinos muônicos. Na Figura 5.5 podemos ver as probabilidades de oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ com parâmetros de VEP de 10^{-27} .

O fluxo dos neutrinos tauônicos nos neutrinos atmosféricos vêm principalmente do decaimento de mésons charmosos e pode ser completamente desprezado, pois é muitas ordens de magnitude menor que o fluxo de neutrinos do múon. Portanto, não teria nenhum efeito estatístico perceptível de uma oscilação do sabor tau para o múon.

Outra possível fonte de contaminação que poderíamos analisar é o decaimento do tau, proveniente de uma interação de CC de um neutrino

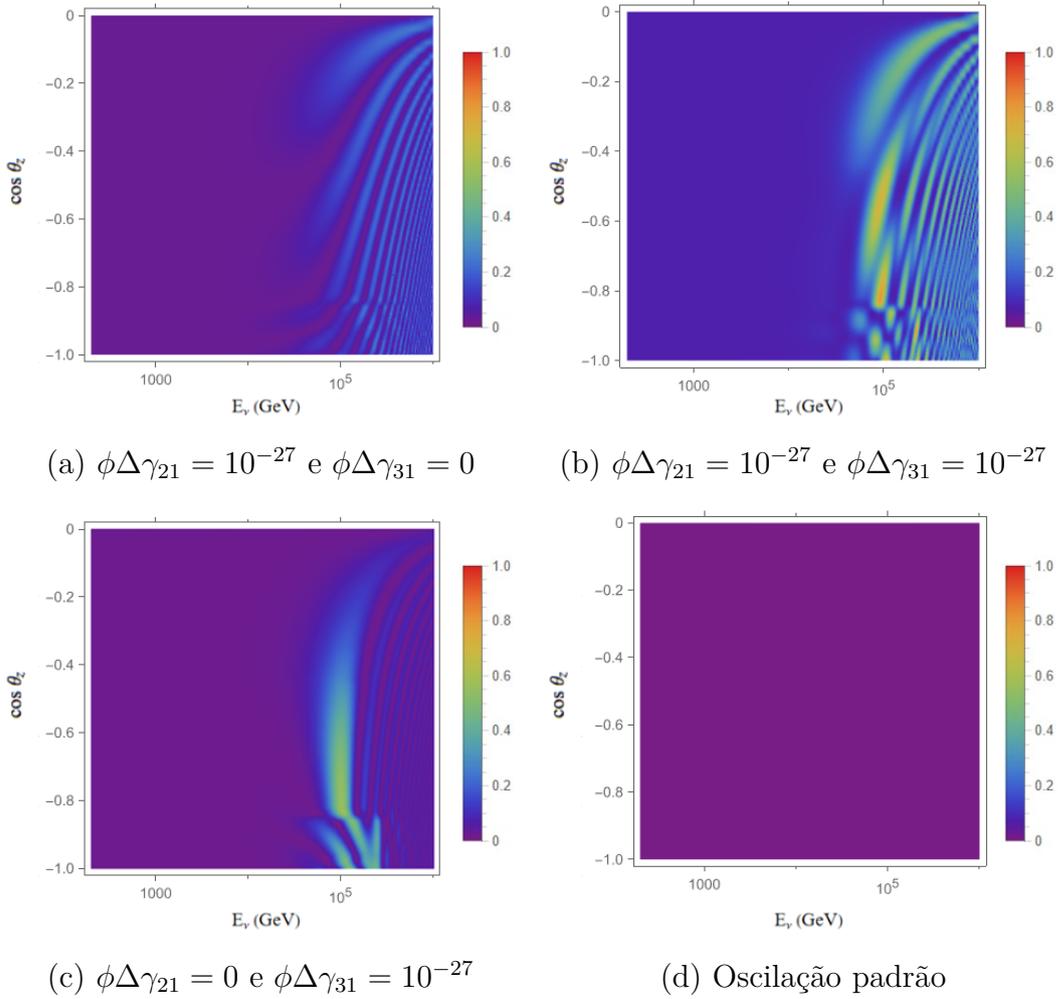


Figura 5.5: Probabilidades de mudança de sabor $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ em diferentes combinações de parâmetros de VEP. Diferentemente da probabilidade de sobrevivência do múon, os efeitos de VEP são mais intensos no neutrino eletrônico quando ambos os parâmetros de VEP são iguais, e menos intensos quando um deles é nulo.

tauônico que surgiu da oscilação de um neutrino originalmente muônico. Ele teria $\sim 17\%$ de chance decair em múon e contaminaria os dados das trilhas de múon. Entretanto, devemos considerar que esse ruído só ocorre nos casos em que o neutrino não interage no volume fiducial do IceCube, além de que o múon produzido vai estar numa faixa de energia menor do que o múon produzido caso o neutrino não tivesse oscilado de sabor. No fim, o efeito disto na análise estatística acaba sendo ainda menor que a contaminação dos neutrinos eletrônicos.

Agora, podemos discutir por que alguns trabalhos fornecem limites mais fortes que outros e como poderíamos melhorar esses valores.

Nos trabalhos [45, 46] foram encontraram limites mais fracos para ambos os casos da figura 5.4, pois a análise estatística foi feita com dados de trilhas

dos múons que continham apenas informações sobre o ângulo de zênite. Dessa forma, o número de eventos esperados era apenas sobre a direção. Sem a informação da energia mais provável do neutrino que originou o múon, não foi possível fazer uma restrição maior.

Já no trabalho [42], foi encontrado um limite parecido para os parâmetros de VEP no caso de sinais iguais e um limite um pouco mais abrangente no caso de sinais diferentes. Neste trabalho, havia informação tanto sobre o ângulo quanto sobre a energia, mas os parâmetros de incômodo considerados foram apenas dois: a normalização total do fluxo N_{Φ} e o índice espectral α .

Podemos concluir com isso que estabelecer limites melhores para os valores dos parâmetros de VEP não está atrelado à falta de dados estatísticos de detecção de neutrinos muônicos. Os dados atuais já estão saturados, pois em energias mais baixas (grande maioria dos dados), uma pequena VEP não produz nenhum efeito. O que mais convém é usar os dados publicados com a maior quantidade de informações: energia, direção, e bons modelos de fluxo de neutrinos atmosféricos e resposta do detector.

Os fatores que melhorariam os limites no futuro são a diminuição das incertezas em geral, como as dos modelos de fluxo e da resposta do detector, além de mais dados de neutrinos atmosféricos focados especificamente na região das altas energias, que são eventos mais raros e exigiria um detector com maior volume e mais anos de acúmulo. Para este último, o IceCube-Gen2 seria valoroso, pois aumentaria o volume fiducial do IceCube em 8 vezes.

Com todas essas considerações feitas, podemos concluir que os resultados obtidos neste trabalho são suficientemente robustos e confiáveis para limitar o nível de VEP no setor dos neutrinos, e podem ser usados como limites para eliminar teorias de unificação que prevêm uma VEP maior que a permitida.

Referências bibliográficas

- [1] SUEKANE, F.. **Neutrino Oscillations: A Practical Guide to Basics and Applications**, chapter 2. Neutrinos and Weak Interactions in the Standard Model. Springer, 2015.
- [2] KONOPINSKI, E. J.; UHLENBECK, G. E.. **On the Fermi theory of β -radioactivity**. Phys. Rev., 48:7–12, 1935.
- [3] REINES, F.; COWAN JR., C.L.. **Detection of the free neutrino: a confirmation**. Science, 124:103–104, 1956.
- [4] DAVIS JR., R.. **Attempt to detect the antineutrinos from a nuclear reactor by the $\text{Cl}^{37}(\nu, e^-)\text{A}^{37}$ reaction**. Phys. Rev., 97:766–769, 1955.
- [5] DAVIS JR., R.. **Solar neutrinos. ii. experimental**. Phys. Rev. Lett., 12:303–305, 1964.
- [6] CLEVELAND, B. T. ET AL.. **Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector**. Phys. Rev. Lett., 496:505–526, 1998.
- [7] SMIRNOV, A. YU. **The MSW effect and matter effects in neutrino oscillations**. Physica Scripta, T121:57–64, 2005.
- [8] HIDAKA, K.; HONDA, M.; MIDORIKAWA, S.. **Neutrino oscillations and the anomalous atmospheric neutrino flux**. Phys. Rev. Lett., 61(14):1537–1540, 1988.
- [9] FUKUDA, S. ET AL.. **The super-kamiokande detector**. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 501(2–3):418–462, 2003.
- [10] FUKUDA, Y. ET AL.. **Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos**. Phys. Rev. Lett., 81(8):1562–1567, 1998.
- [11] AHMAD, Q. ET AL.. **Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury neutrino observatory**. Phys. Rev. Lett., 89(1), 2002.

- [12] AN, F. P. ET AL.. **Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay.** Phys. Rev. Lett., 108(17), 2012.
- [13] AHN, J. K. ET AL.. **Observation of reactor electron antineutrinos disappearance in the RENO experiment.** Phys. Rev. Lett., 108(19), 2012.
- [14] ABE, Y. ET AL.. **Indication of reactor $\bar{\nu}_e$ disappearance in the Double Chooz experiment.** Phys. Rev. Lett., 108(13), 2012.
- [15] SALAS, P. F. ET AL.. **2020 global reassessment of the neutrino oscillation picture.** Journal of High Energy Physics, 2021, 2021.
- [16] ONILLON, A.. **Neutrino mass measurement and sterile neutrinos search with the KATRIN experiment.** In: Gligorova, A.; Amsler, C. S. M. W. E., editor, EPJ WEB OF CONFERENCES, volumen 282. EDP Sciences, 2023.
- [17] GIUNTI, C.; KIM, C. W.. **Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics**, chapter 9. Oxford University Press, 2007.
- [18] FANTINI, G.; ROSSO, A. G.; ZEMA, V.; VISSANI, F.. **Introduction to the formalism of neutrino oscillations.** In: THE STATE OF THE ART OF NEUTRINO PHYSICS, p. 37–119. WORLD SCIENTIFIC, 2018.
- [19] SUEKANE, F.. **Neutrino Oscillations: A Practical Guide to Basics and Applications**, chapter 4. Neutrino Oscillation. Springer, 2015.
- [20] GHOSH, S.. **Quantum gravity effects in geodesic motion and predictions of equivalence principle violation.** Classical and Quantum Gravity, 31(2):025025, dec 2013.
- [21] SCHLAMMINGER, S. ET AL.. **Test of the equivalence principle using a rotating torsion balance.** Phys. Rev. Lett., 100(4), 2008.
- [22] OVERDUIN, J. M.. **Solar system tests of the equivalence principle and constraints on higher-dimensional gravity.** Physical Review D, 62(10), 2000.
- [23] ASENBAUM, P. ET AL.. **Atom-interferometric test of the equivalence principle at the 10^{-12} level.** Phys. Rev. Lett., 125(19), 2020.
- [24] VOISIN, G. ET AL.. **An improved test of the strong equivalence principle with the pulsar in a triple star system.** Astronomy & Astrophysics, 638:A24, 2020.

- [25] MANN, R. B.; SARKAR, U.. Test of the equivalence principle from neutrino oscillation experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 76(6):865–868, 1996.
- [26] ZÁBORI, B. ET AL.. Characterization of cosmic rays and direction dependence in the polar region up to 88 km altitude. *Journal of Space Weather; Space Climate*, 6:A12, 2016.
- [27] AARTSEN, M. G. ET AL.. Search for a diffuse flux of astrophysical muon neutrinos with the icecube 59-string configuration. *Physical Review D*, 89(6), 2014.
- [28] HESS, VICTOR F.. Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten. *Phys. Z.*, 13:1084–1091, 1912.
- [29] BOTHE, W.; KOLHÖRSTER, W.. The nature of the penetrating radiation. *Nature*, 123(3104):638–638, 1929.
- [30] AUGER, P.; SKOBELTZYN, D. V.. Sur la nature des rayons ultra-pénétrants (rayons cosmiques). *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 189:55–57, 1929.
- [31] BONOLIS, L.. International scientific cooperation during the 1930s. Bruno Rossi and the development of the status of cosmic rays into a branch of physics. *Annals of Science*, 71(3):355–409, 2013.
- [32] GLASER, D. A.. Bubble chamber tracks of penetrating cosmic-ray particles. *Phys. Rev.*, 91(3):762, 1953.
- [33] CHOU, C. N.. Energy spectra of cosmic-ray photons and electrons from plastic scintillation counter measurements. *Phys. Rev.*, 90:473–476, May 1953.
- [34] GOLDEN, R. L. ET AL.. A magnetic spectrometer for cosmic ray studies. *Nuclear Instruments and Methods*, 148(1):179–185, 1978.
- [35] PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W.. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *The Astrophysical Journal*, 142:419, 1965.
- [36] GREISEN, K.. End to the cosmic-ray spectrum? *Phys. Rev. Lett.*, 16:748–750, Apr 1966.

- [37] ZATSEPIN, G. T.; KUZ'MIN, V. A.. **Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays**. Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 4:78, Aug. 1966.
- [38] AARTSEN M. G. ET AL. [ICECUBE COLLABORATION]. **Astrophysical neutrinos and cosmic rays observed by icecube**. Adv. Space Res., 62:2902–2930, 2018.
- [39] ICECUBE COLLABORATION. **“IceCube Media Gallery”**. icecube.wisc.edu/gallery. Acesso em: março de 2024.
- [40] ICECUBE COLLABORATION. **“IceCube Research Highlights”**. icecube.wisc.edu/science/research. Acesso em: março de 2024.
- [41] ICECUBE COLLABORATION. **“Search for sterile neutrinos with one year of IceCube data”**. icecube.wisc.edu/data-releases/2016/06/search-for-sterile-neutrinos-with-one-year-of-icecube-data, 2016. Acesso em: março de 2024.
- [42] ESMAILI, A.. **Violation of equivalence principle in neutrino sector: probing the extended parameter space**. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2021(07):018, 2021.
- [43] AARTSEN, M. G. ET AL.. **Searches for sterile neutrinos with the IceCube detector**. Phys. Rev. Lett., 117:071801, Aug 2016.
- [44] AARTSEN, M. G. ET AL.. **Measurement of south pole ice transparency with the IceCube LED calibration system**. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 711:73–89, 2013.
- [45] FIORILLO, F. G. ET AL.. **Icecube constraints on violation of equivalence principle**. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2021(04):079, 2021.
- [46] ESMAILI, A. ET AL.. **Constraining the violation of the equivalence principle with icecube atmospheric neutrino data**. Physical Review D, 89(11), 2014.
- [47] DZIEWONSKI, A. M.; ANDERSON, D. L.. **Preliminary reference earth model**. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 25(4):297–356, 1981.
- [48] PERKINS, D. H.. **Particle Astrophysics**, chapter 9. Cosmic Particles. Oxford University Press, second edition, 2009.

- [49] SANUKI, T. ET AL.. Study of cosmic ray interaction model based on atmospheric muons for the neutrino flux calculation. *Phys. Rev. D*, 75:043005, Feb 2007.
- [50] HONDA, M. ET AL.. Calculation of atmospheric neutrino flux using the interaction model calibrated with atmospheric muon data. *Phys. Rev. D*, 75:043006, Feb 2007.
- [51] GAISSER, T. K.; STANEV, T.; TILAV, S.. Cosmic ray energy spectrum from measurements of air showers. *Frontiers of Physics*, 8(6):748–758, 2013.
- [52] ZATSEPIN, V. I.; SOKOLSKAYA, N. V.. Three component model of cosmic ray spectra from 10 GeV to 100 PeV. *Astronomy & Astrophysics*, 458(1):1–5, 2006.
- [53] HÖRANDEL, J. R.. On the knee in the energy spectrum of cosmic rays. *Astroparticle Physics*, 19(2):193–220, 2003.
- [54] OSTAPCHENKO, S.. Monte carlo treatment of hadronic interactions in enhanced Pomeron scheme: QGSJET-II model. *Phys. Rev. D*, 83:014018, Jan 2011.
- [55] RIEHN, F. ET AL.. A new version of the event generator Sibyll. arXiv:1510.00568, 2015.
- [56] AGUILAR, J.. Particle astrophysics lecture 3. <https://w3.iihe.ac.be/~aguilar/PHYS-467/PA3.html>. Acesso em: março de 2024.
- [57] QIAN, X.; VOGEL, P.. Neutrino mass hierarchy. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 83:1–30, 2015.
- [58] AN, F. ET AL.. Neutrino physics with JUNO. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 43(3):030401, 2016.
- [59] FEDYNITCH, A.; TJUS, J. B.; DESIATI, P.. Influence of hadronic interaction models and the cosmic ray spectrum on the high energy atmospheric muon and neutrino flux. *Phys. Rev. D*, 86:114024, Dec 2012.