



**Gabriel Meyer Salomão**

**Regulamentação de política ambiental sob a ótica da  
Teoria dos Jogos Evolucionários**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Prof. André Barreira da Silva Rocha

Rio de Janeiro  
Julho de 2017



**Gabriel Meyer Salomão**

## **Regulamentação de política ambiental sob a ótica da Teoria dos Jogos Evolucionários**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**André Barreira da Silva Rocha**

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Frances Fischberg Blank**

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Marcelo Cabús Klötzle**

Departamento de Administração - PUC-Rio

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 07 de julho de 2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Gabriel Meyer Salomão**

Graduou-se em Estatística pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE/IBGE) e em Ciências Contábeis pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

#### Ficha Catalográfica

Salomão, Gabriel Meyer

Regulamentação de política ambiental sob a ótica da teoria dos jogos evolucionários / Gabriel Meyer Salomão ; orientador: André Barreira da Silva Rocha. – 2017.

81 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2017.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Política ambiental. 3. Teoria dos jogos evolucionários. 4. Custo de fiscalização. I. Rocha, André Barreira da Silva. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

## Agradecimentos

Elevo meu pensamento a Deus, Sabedoria Suprema, para agradecer ao grande Bem que nos proporcionou que é, além da vida e da existência, a possibilidade de expandi-las conscientemente e experimentar as sublimes sensações do seu grande Amor Universal.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. André Rocha, pelo encaminhamento, incentivo e por todo conhecimento transmitido.

A todo corpo docente e funcionários do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio, pela formação de excelência e todo o apoio para realização deste trabalho.

Aos colegas do mestrado que tanto me ajudaram não só neste trabalho, mas em todo curso, especialmente ao Dimas, Douglas, Anna, Igor, Jéssica e Gabriel.

Aos meus pais e irmãos, por todo Amor que me permitem sentir tão intensamente e por me fazerem experimentar a sublime sensação de pertencer a um todo indivisível.

À minha querida e amada esposa Giuliana, por me inspirar a ser cada dia melhor, me ajudar a conquistar valores permanentes e por me fazer cada dia mais feliz.

## Resumo

Salomão, Gabriel Meyer; Rocha, André Barreira da Silva (Orientador). **Regulamentação de política ambiental sob a ótica da Teoria dos Jogos Evolucionários**. Rio de Janeiro, 2017. 81p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Um dos principais desafios do mundo moderno é equilibrar o desenvolvimento econômico com a responsabilidade ambiental, de forma a alcançar um crescimento sustentável que minimize os impactos gerados no meio ambiente. Isto tem feito com que muitos governos e empresas estabeleçam políticas ambientais como instrumentos para a garantia de um futuro com sustentabilidade e que favoreçam o bem estar social. A proposta desta dissertação é utilizar a teoria dos jogos evolucionários para analisar as interações entre agentes reguladores de políticas ambientais de comando e controle e os agentes (firmas) que impulsionam o desenvolvimento econômico, porém que impactam de alguma forma o meio ambiente. Enquanto os primeiros precisam determinar as melhores ações estratégicas para implementar a política e aumentar o bem estar social, os segundos só irão se adequar à regulamentação ambiental estabelecida se esta escolha lhe render um maior retorno (*payoff*). Os resultados mostram que o custo de fiscalização é determinante para estabelecer a política ambiental mais adequada e, dependendo da magnitude deste custo, existem diferentes formas de iniciar sua implementação a fim de favorecer o melhor resultado possível sob o ponto de vista do bem estar social.

## Palavras-chave

Política ambiental; Teoria dos jogos evolucionários; Custo de fiscalização.

## Abstract

Salomão, Gabriel Meyer; Rocha, André Barreira da Silva (Advisor). **Environmental policy regulation from the perspective of Evolutionary Game Theory**. Rio de Janeiro, 2017. 81p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The modern world faces the great challenge of balancing economic development and environmental responsibility in order to achieve sustainable growth that minimizes the impacts generated on the environment. This has forced some governments and firms establish environmental policies as instruments to guarantee a future with sustainability and favors social welfare. Using evolutionary games theory, this work aims to analyze the interactions between environmental policies regulators and firms that provide economic development impacting the environment. While the firsts need to choose the best strategic actions to established and inspect environmental standards sets to increase social welfare, the company will only complies if this choice yields a better payoff. The results show how the inspection cost is decisive for establishing the better environmental policy and depending on the magnitude of this cost, there are different ways to introduce it in order to provide a better social welfare result.

## Keywords

Environmental policies; Evolutionary game theory; Costly inspection.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Referencial Teórico</b>	<b>15</b>
2.1	Política Ambiental	15
2.2	Modelagem aplicada à adequações de políticas ambientais	18
2.3	Teoria dos Jogos Evolucionários	23
2.3.1	Replicador Dinâmico	25
2.3.2	Simulação por Agentes	27
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>31</b>
3.1	Sem política ambiental regulamentada	31
3.2	Com política ambiental regulamentada	33
<b>4</b>	<b>Análise do jogo</b>	<b>38</b>
4.1	População <i>well mixed</i>	38
4.1.1	Solução Analítica	38
4.1.2	Solução Numérica	44
4.2	População Espacial	48
4.2.1	Fiscalização inicial descentralizada	49
4.2.2	Fiscalização inicial centralizada	59
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>72</b>
<b>6</b>	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>75</b>
	<b>Apêndice</b>	<b>78</b>

## Lista de figuras

Figura 01 – Vizinhança de <i>von-Neumann</i> .	29
Figura 02 – Vizinhança de <i>von-Neumann</i> para indivíduos situados nas fronteiras.	30
Figura 03 – Correspondência de melhor resposta do jogo entre auditores (azul) e firmas (vermelho) com custo de inspeção menor que $\bar{c}$ .	40
Figura 04 – Direção do ciclo.	44
Figura 05 – Solução numérica da evolução das proporções de Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) quando o custo de inspeção é igual a 5% de $\bar{c}$ .	45
Figura 06 – Solução numérica da evolução das proporções de Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) quando o custo de inspeção é igual a 50% de $\bar{c}$ .	46
Figura 07 – Solução numérica da evolução das proporções de Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) quando o custo de inspeção é igual a 90% de $\bar{c}$ .	47
Figura 08 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 5\%$ de $\bar{c}$ – inspeção descentralizada.	50
Figura 09 – Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 100, 150, 200 quando $c = 5\%$ de custo $\bar{c}$ – inspeção descentralizada.	52
Figura 10 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 50\%$ de $\bar{c}$ – inspeção descentralizada.	53
Figura 11 – Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 50, 100, 200, 300, 400, 450 quando $c = 50\%$ de $\bar{c}$ – inspeção descentralizada.	55
Figura 12 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 75\%$ de $\bar{c}$ – inspeção descentralizada.	56
Figura 13 – Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 50, 100, quando $c = 75\%$ de $\bar{c}$ – inspeção descentralizada.	58



Figura 14 – Distribuição inicial das populações de auditores e firmas na simulação espacial – inspeção centralizada.	59
Figura 15 – Evoluções das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 5\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	60
Figura 16 – Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 25, 50, 75, 100, 150, 300, 400, 500 quando $c = 5\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	63
Figura 17 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 50\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	63
Figura 18 – Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 300, 400, 500, quando $c = 50\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	65
Figura 19 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 75\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	66
Figura 20 – Passos de Monte Carlo 1, 10, 50, 100, 150, 200, 300, 500, 1000, 2000 quando $c = 75\%$ e de custo $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	68
Figura 21 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando $c = 90\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	69
Figura 22 – Passos de Monte Carlo 1, 10, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 3000, 4000 quando $c = 90\%$ de $\bar{c}$ – inspeção centralizada.	71

*“A alegria do triunfo jamais poderia ser experimentada se não existisse a luta,  
que é quem determina a oportunidade de vencer” (Raumsol)*

# 1

## Introdução

A crescente preocupação com o meio ambiente tem feito com que governos e muitas empresas estabeleçam políticas ambientais. Estas servem para minimizar os impactos gerados pelo crescimento econômico e urbano no meio ambiente, além de mostrar para os cidadãos e consumidores quais são os princípios ambientais que devem ser seguidos (Malik, 2007). Apesar da relevância dessas políticas como instrumentos para a garantia de um futuro sustentável e o bem estar social, as regulamentações que surgem a partir delas influenciam negativamente o desenvolvimento econômico das firmas que atuam nesse cenário e que impactam o meio ambiente. Com isto, muitas empresas tendem a não se adequarem a estas regulamentações nem cumprirem com as determinações que surgem delas.

Segundo Heyes (1998), as leis e regulamentações ambientais só são úteis na medida que as empresas são persuadidas a cumpri-las, em parte ou completamente. Porém, como a adequação ao conjunto de padrões determinados por estas regulamentações costuma ser algo muito custoso para as firmas, estas muitas vezes, ao invés de investir no cumprimento das regulamentações e na adequação aos padrões estabelecidos, preferem investir em alternativas para dificultar que sejam inspecionadas pelos órgãos fiscalizadores competentes. Muitas vezes estas alternativas são vantajosas economicamente para as firmas, ou até mesmo internalizam a penalização proveniente das fiscalizações em seus lucros privados apostando nas chances de não serem fiscalizadas pelos auditores. Arguedas (2005) afirma que as firmas decidem se cumprem ou não as regulamentações estabelecidas dependendo do seu *payoff* esperado em cada possibilidade.

Em sintonia com essa afirmação, Heyes (1998) também apresenta que uma empresa neutra ao risco e que maximiza seu lucro só irá se adequar a uma regulamentação ambiental se o seu custo de conformidade aos padrões ambientais estabelecidos for menor que o valor esperado da penalidade pela não conformidade, ou seja, pelo não cumprimento da regulamentação ambiental.

Por outro lado, os agentes que elaboram as políticas ambientais e as regulamentações a serem seguidas também precisam determinar as melhores ações estratégicas para inspecionar o cumprimento dos conjuntos de padrões ambientais estabelecidos, uma vez que estas inspeções lhe são custosas. Precisam, também, estabelecer penalidades para o não cumprimento que, segundo Heyes (1998), devem ser áspers o suficiente para garantir o incentivo adequado para a prevenção, mas ao mesmo tempo indulgentes o suficiente para garantir que as firmas prefiram cumprir com as regulamentações ao invés de buscar outras alternativas prejudiciais ao meio ambiente e que dificultem a inspeção.

Diante desse conflito de interesses, faz-se necessário identificar os equilíbrios presentes nessa interação de agentes para estabelecer como essas regulamentações devem ser definidas e a melhor forma que as firmas podem

adotá-las. Neste sentido, deve-se levar em conta um cenário onde existem empresas que podem adotar ações estratégicas de seguir ou não seguir as determinações e os padrões estabelecidos pelas políticas ambientais e agentes fiscalizadores que podem fiscalizar ou não fiscalizar se essas empresas estão seguindo as regulamentações definidas pelas políticas ambientais.

Uma ferramenta utilizada na modelagem desses conflitos e que auxilia na tomada de decisão para solucioná-los é a teoria dos jogos. Arguedas & Hamoudi (2004) apresentam um jogo modelado de forma sequencial, com informações assimétricas, no qual um agente regulador interage com firmas que promovem o desenvolvimento econômico impactando o meio ambiente. O primeiro escolhe os termos da política ambiental (padrão de poluição e penalidade) enquanto as empresas selecionam o nível de poluição e o investimento em tecnologia ambiental que será o utilizado no seu processo produtivo. O estudo mostrou que antecipar a decisão do tipo de tecnologia utilizado, fazendo que esta escolha ocorra antes da regulamentação dessa política, favorece aos dois agentes. Por um lado, a empresa obtém uma regulação mais branda e, por outro, a sociedade poupa custos de monitoramento e danos ambientais.

Zhu & Dou (2007) criaram um modelo de jogo evolucionário para investigar como subsídios e penalidades governamentais podem influenciar as ações das empresas que impactam o meio ambiente. Este modelo de jogo sugere que os governos devem reforçar as regulamentações ambientais através do aumento de subsídios relevantes para as firmas que adotem boas práticas de sustentabilidade e penalidades para forçar com que as empresas implementem as políticas ambientais regulamentadas.

Desde a incorporação do nível de emissão de carbono como um dos indicadores de sustentabilidade na gestão da cadeia de suprimentos (*green supply chain management, GSCM*), Lee (2011) destaca que a aplicação da teoria dos jogos neste campo de pesquisa favorece para se ter uma visão mais ampla do problema, orientando as melhores ações que minimizam o conflito de interesses envolvido. Nagurney & Yu (2012) desenvolveram um modelo de jogo para estudar a sustentabilidade no oligopólio de indústrias da moda. Investigaram a competição entre firmas com diferentes marcas de um produto e que tinham como objetivo maximizar o seu lucro privado, porém minimizando as respectivas emissões de carbono.

Barari et al. (2012) desenvolveram um modelo dinâmico, utilizando a teoria dos jogos evolucionários, para discutir a potencial coordenação estratégica na interação entre produtores e varejistas. Estes buscam maximizar seu lucro econômico enquanto implementam boas práticas de sustentabilidade para tentar alcançar um melhor benefício comercial e ambiental para ambos os agentes da cadeia de suprimentos. Também no contexto de sustentabilidade do meio ambiente, Zhao et al. (2013) utilizam a teoria dos jogos para descrever a seleção estratégica para risco ambiental e redução de emissão de carbono na gestão da cadeia de suprimentos. Concluem que, uma vez necessária a regulamentação de

política ambiental, a escolha estratégica das empresas é influenciada pelas penalidades e incentivos governamentais.

A proposta desta pesquisa é utilizar a teoria dos jogos evolucionários para identificar o(s) equilíbrio(s) presente(s) na interação desses agentes econômicos (firmas) com os agentes reguladores e fiscalizadores de políticas ambientais de comando e controle, que estabelecem um conjunto de padrões a serem seguidos e fiscalizam se as firmas estão cumprindo com suas determinações para contribuir com o bem estar social. Essas interações serão modeladas como um jogo simultâneo, em forma normal, e será analisado não só de forma estática, mas também de forma dinâmica, considerando que o jogo em questão pode ser repetido e que os agentes envolvidos (empresas e auditores) poderão rever suas estratégias ao longo do tempo. Com isto, poder-se-á analisar como as respectivas populações destes agentes evoluem dinamicamente ao longo do tempo e quais estados das mesmas constituem um equilíbrio de longo prazo. Além disto, a identificação desse equilíbrio pode contribuir, também, para o desenvolvimento de possíveis políticas ambientais a serem adotadas e que possam levar a economia para um equilíbrio que maximiza o bem estar social.

Inicialmente, será considerado que as populações desses agentes são bem distribuídas, ou seja, que o jogador de uma população pode interagir com qualquer jogador da outra população. Isto significa que não há limite espacial para a competência de atuação do auditor ou que estes estão comprometidos com um bem estar social global, e não apenas local. Além disto, as firmas também possuem informações globais, ou seja, de todas as outras firmas da população, como se todas as firmas fossem empresas multinacionais. Este cenário será analisado de forma analítica e numericamente.

Em seguida, este trabalho irá contribuir de forma mais efetiva com a literatura ao considerar que existe um limite espacial para a competência de atuação do auditor ou que estes estão comprometidos apenas com um bem estar social local, dentro de um determinado raio de vizinhança. Neste contexto, as firmas também deixam de ter características de multinacionais e passam a atuar apenas localmente. A interação com estas características será realizada através de simulação por agente.

Adicionalmente, faremos essa análise espacial considerando que a política ambiental determina uma alocação descentralizada de recursos, ou seja, considerando que a fiscalização não se inicia em uma região específica, mas pode ocorrer em qualquer região. Queremos dizer com isto que não há uma localização espacial específica que favoreça ou não o início da fiscalização. Em seguida consideraremos ao contrário, ou seja, que a política determina uma alocação concentrada de recurso e a fiscalização é iniciada por uma determinada região. Com isto será possível comparar se existe diferença significativa entre iniciar a fiscalização de forma concentrada ou não e qual seria a melhor forma de iniciar a fiscalização considerando uma condição inicial de baixa inspeção, severa *pollution trap* e diferentes níveis do custo de fiscalização.

Além desta introdução, o presente trabalho foi estruturado da seguinte forma: no segundo capítulo será apresentado o referencial teórico que conceitua o que se entende por políticas ambientais e seus instrumentos, apresenta o modelo teórico aplicado à regulamentação ambiental que serviu como base para esta dissertação, considerações e resultados desta modelagem, além de alguns aspectos gerais relacionados à literatura sobre teoria dos jogos e jogos evolucionários. No capítulo três será apresentada a metodologia e os pressupostos utilizados na análise da interação entre empresas e agentes reguladores como um jogo simultâneo e repetido. Os resultados destas análises e as respectivas simulações serão apresentados no capítulo quatro e, finalmente, a conclusão do trabalho no capítulo cinco.

## 2

### Referencial Teórico

#### 2.1

#### Política Ambiental

O conceito de política ambiental é apresentado por Malik (2007) como um conjunto de ações ordenadas e práticas tomadas por empresas e governos com o propósito de preservar o meio ambiente e garantir o desenvolvimento sustentável do planeta. Esta política deve ser norteadada por princípios e valores ambientais que levem em consideração a sustentabilidade.

A magnitude e a complexidade dos problemas ambientais demandam uma ação coordenada não apenas do Estado, mas de toda a coletividade, para direcionar o conjunto dos recursos da sociedade rumo à sustentabilidade ambiental, um dos pilares do desenvolvimento sustentável.

Atualmente, muitos governos e empresas possuem políticas ambientais implementadas em suas instituições. Além de mostrar para os cidadãos e consumidores quais são os princípios a serem seguidos, as políticas ambientais servem para minimizar os impactos ambientais gerados pelo crescimento econômico e urbano. Estas políticas são, portanto, importantes instrumentos para a garantia de um futuro com desenvolvimento e preservação ambiental. São também fundamentais para o combate de grandes problemas que tem enfrentado a sociedade atual, como o aquecimento global do planeta, a preocupação com a redução significativa da poluição ambiental (ar, rios, solo e oceanos) e a melhoria na qualidade de vida das pessoas, principalmente dos grandes centros urbanos.

Alguns exemplos de ações práticas provenientes de uma política ambiental são:

- Adoção de processos de reciclagem;
- Redução do consumo de energia;
- Evitar o desperdício de água, incentivando o seu consumo racional;
- Planejamento urbano adequado por parte dos governos, preservando áreas verdes e elaborando projetos de arborização urbana;
- Uso, sempre que possível, de fontes de energia limpa como, por exemplo, eólica e solar;
- Adoção de medidas eficazes para que os poluentes gerados pelo processo produtivo das empresas não sejam despejados no meio ambiente (ar, rios, lagos, oceanos e solo);
- Criação, pelas empresas, de produtos com baixo consumo de energia;
- Utilização de materiais recicláveis;
- Criação de projetos governamentais voltados para a educação ambiental, principalmente em escolas.

Segundo Goulder (2008), os instrumentos de política ambiental podem ser classificados em quatro tipos principais, embora sejam comuns também instrumentos híbridos, com características presentes em mais de uma tipologia:

- i) instrumentos regulatórios ou de comando e controle;
- ii) instrumentos econômicos – de mercado ou incitativos;
- iii) instrumentos de cooperação e acordos voluntários;
- iv) instrumentos de informação.

Goulder (2008) afirma que os instrumentos regulatórios ou de comando e controle obrigam a uma ação definida em relação ao meio ambiente. Por isto, restringem ou limitam as opções disponíveis para as diversas atividades econômicas. Geralmente, estabelecem punições ou sanções para as condutas em desacordo, o que leva à necessidade de organizar aparato fiscalizatório para seu cumprimento. Os principais tipos de instrumento reguladores utilizados mundialmente são os padrões, as licenças e o zoneamento.

Moura (2016) apresenta algumas das vantagens desses instrumentos como: a previsibilidade, a simplicidade e a possibilidade de aplicação imediata. Além disso, segundo a autora, os instrumentos de comando e controle passam uma mensagem política de atuação forte ou rigorosa, por parte do poder público, na proteção ao meio ambiente. Esta mensagem pode inibir ou prevenir comportamentos indesejáveis. Algumas das desvantagens são a falta de flexibilidade e a ausência de incentivos para as empresas irem além do mínimo estabelecido pela regulamentação. Além disso, estes instrumentos demandam complexo aparato institucional necessário para sua aplicação, como altos custos associados a aplicação desses instrumentos, os quais envolvem processos burocráticos, esforços fiscalizatórios e estrutura jurídica sólida.

Segundo Heyes (1998), leis e regulamentações ambientais, que são frutos desses instrumentos regulatórios, só são úteis na medida em que as empresas são persuadidas a cumpri-las, em parte ou completamente. Em seu trabalho, foi analisado o rápido crescimento da literatura que trata dos aspectos de política ambiental, observando que as dificuldades que quase todas as instituições regulatórias enfrentam são suscetíveis de serem agravadas, principalmente, pelos problemas de informação, restrições de penalidades e esforço de evasão de empresas. O autor afirma que, na maioria dos países, as taxas de conformidade com as principais normas e padrões ambientais publicadas pelas empresas são incompletas, muito abaixo do que deveria ser publicado. As verdadeiras taxas de conformidade, que é o que realmente importa, muito provavelmente são menos impressionantes do que as reportadas. Quando um dado oficial diz que 70% das empresas cumprem com as normas, o que realmente significa é que, para 70% das firmas, as agências de inspeção não as estabeleceram como *non-compliance*. Porém, na realidade, não se sabe o percentual correto de empresas que cumprem com as normas ambientais estabelecidas.

Os instrumentos econômicos, segundo Goulder (2008), direcionam e incentivam indiretamente comportamentos favoráveis ao meio ambiente, por meio de custos ou benefícios associados às alternativas de ação. Baseiam-se nos



princípios de poluidor-pagador, através da internalização das externalidades ambientais negativas causadas no processo produtivo; usuário-pagador, que incentiva ao uso racional dos recursos naturais; ou protetor-recebedor, gerando uma compensação aos que arcam com recursos privados para beneficiar o meio ambiente. Os principais tipos de instrumentos econômicos que vêm sendo utilizados são as taxas ambientais, a criação de mercados, os sistemas de depósito e reembolso e os subsídios.

Uma das vantagens dos instrumentos econômicos, apresentada por Moura (2016), é a flexibilidade e a liberdade de escolha que proporcionam, pois permitem que os agentes optem pelos meios mais adequados as suas realidades ou busquem soluções próprias e, muitas vezes, inovadoras para a solução dos problemas ambientais. Outra vantagem é que geralmente possuem capacidade de incentivo dinâmico. Ou seja, como comportamentos ambientalmente favoráveis se traduzem em benefícios ou custos menores nos processos produtivos, a tendência é que se procure melhoria progressiva ou contínua da qualidade ambiental. Além disso, Moura (2016) afirma que estes instrumentos podem reduzir gastos públicos regulatórios e permitir a arrecadação de recursos que podem ser revertidos em outras políticas. No entanto, alguns desses instrumentos, principalmente quando geram custos, e não incentivos ou oportunidades, podem ser de mais difícil aprovação por parte do Legislativo, devido à possível resistência do setor produtivo afetado. São também de mais difícil concepção por parte dos órgãos ambientais e exigem a atuação conjunta de outras áreas do governo, como as áreas orçamentárias ou econômicas. Além disso, a aplicação dos instrumentos econômicos deve ser avaliada periodicamente, para que sejam feitas as adaptações necessárias, de acordo com a evolução do contexto econômico.

Os instrumentos voluntários e de cooperação abrangem os diversos instrumentos de caráter voluntário e de cooperação entre os entes envolvidos, tais como: contratos negociados, compromissos e acordos voluntários, autorregulação voluntária e instrumentos de cooperação interinstitucional.

Moura (2016) também apresenta algumas vantagens desses instrumentos, tais como: a flexibilidade, a redução de burocracia entre instituições e a possibilidade de redução de custos para as partes envolvidas. Por outro lado, também dificultam, por parte do poder público, a definição de metas a serem atingidas ou a previsão de cenários de referência. Além disso, caso não se traduzam em medidas práticas, alguns compromissos assumidos podem se converter em acordos vazios, apenas de aparência, ou ações pouco efetivas. Por este motivo, estes instrumentos raramente são utilizados de forma isolada e geralmente compõem um conjunto de medidas que abrange, também, instrumentos de comando e controle, de informação ou econômicos.

Por fim, os instrumentos de informação buscam orientar, influenciar ou persuadir os agentes públicos ou privados a atuarem de forma benéfica ao meio ambiente, através da disponibilização de informações e da disseminação de valores favoráveis a sustentabilidade. Tem como base a produção e a divulgação de dados sobre qualidade e gestão ambiental, estudos, avaliações, diagnósticos,

materiais didáticos e conhecimento científico. Abrangem, ainda, o marketing direcionado aos temas ambientais e à rotulagem ambiental, por meio de certificações e selos ambientais que disponibilizam informações sobre produtos ao público consumidor.

A principal vantagem dos instrumentos de informação é que estes podem levar a resultados sustentáveis, quando resultam em mudanças culturais e de valores. Sendo assim, uma vez absorvidos os novos valores como parte da conscientização dos indivíduos, estes continuam tendo efeito mesmo após mudanças de gestão e implementações de novas políticas. Contudo, por serem de caráter mais educativo para a população em geral, são mais lentos em seus resultados, pois exigem mudanças culturais e de hábitos comportamentais de cada indivíduo. Além disto, possuem um alto custo para provocar esse tipo de mudança e para realizar o monitoramento da qualidade dos recursos naturais, coletar dados ambientais para manter os sistemas de informação atualizados, realizar estudos e pesquisas etc.

Apesar da existência desses instrumentos e as diversas possibilidades de combiná-los para elaboração de um programa de política ambiental robusto, a avaliação da sua real efetividade não é tarefa fácil. Heyes (1998) conclui em seu trabalho que um programa desta natureza só pode ser avaliado de forma acurada se, no mínimo, considerar que as empresas podem fugir ou optar por não cumprir o que foi determinado pela regulamentação ambiental, pois a adequação a essas políticas ambientais é custosa, tanto para as empresas como para os agentes públicos. Sendo assim, como as empresas, que tem como principal objetivo a geração de valor para seus acionistas refletida na maximização do seu lucro, decidem se cumprirão ou não com as regulamentações ou se adequarão às políticas ambientais estabelecidas? É conveniente para os economistas modelarem a decisão de conformidade das firmas como uma escolha sob incerteza, monitorando essencialmente como um processo aleatório. A abordagem usual é tratar este descumprimento das empresas em não publicar suas taxas de conformidade com os padrões ambientais honestamente, de forma completa, como um jogo, de tal forma que seja aplicada alguma teoria de escolha sob incerteza.

## 2.2

### **Modelagem aplicada à adequações de políticas ambientais**

O modelo desenvolvido nesta dissertação partiu do proposto por Carmen Arguedas e Hamid Hamoudi, no seu artigo *Controlling Pollution with Relaxed Regulations*, publicado no *Journal of Regulatory Economics*, em 2004. Este trabalho apresenta um modelo de *principal-agent* modelado de forma sequencial, com informação assimétrica, no qual o agente regulador escolhe os termos da política ambiental (padrão de poluição e penalidade) e as firmas selecionam o nível de poluição e o investimento em tecnologia ambiental.

Considera-se uma firma que emite um nível de poluição  $e > 0$  como resultado do seu processo produtivo. Os efeitos da poluição também estão relacionados com a tecnologia ambiental que a firma utiliza, modelada como  $\beta \in [1, \bar{\beta}]$ . Associa-se que, quanto maior o valor de  $\beta$ , mais suja é a tecnologia ambiental utilizada, e vice-versa.

A firma obtém um lucro privado que depende do nível de poluição e do investimento em tecnologia. Este lucro é representado pela função:

$$b(e, \beta) = ke - \frac{e^2}{\beta} \quad (1)$$

onde,  $k > 0$  representa o nível de lucratividade da firma.

Dado o investimento tecnológico  $\beta$ , o lucro privado (1) é estritamente côncavo no nível de poluição  $e$ , com um ponto de máximo interior em  $e = \frac{k\beta}{2}$ . Além disto, este lucro é estritamente crescente em  $\beta$ , ou seja, as tecnologias mais sujas são mais baratas e, por isto, o respectivo lucro privado é maior.

A poluição gera uma externalidade negativa que depende do nível de poluição e da tecnologia utilizada. A função da externalidade negativa é dada por:

$$d(e, \beta) = \beta e^2 \quad (2)$$

Dado o investimento tecnológico  $\beta$ , (2) é crescente e estritamente convexa no nível de poluição. Também, dado o nível de poluição, a externalidade associada é crescente em  $\beta$ .

Na ausência de regulamentação, a firma não internaliza a externalidade negativa e seleciona a tecnologia e o nível de poluição que maximizam seu lucro privado, ou seja,  $\beta = \bar{\beta}$  e  $e = \frac{k\bar{\beta}}{2}$ , obtendo um lucro privado de  $\frac{k^2\bar{\beta}}{4}$ .

Caso contrário, se o dano ambiental representado pela externalidade negativa é inteiramente internalizado, obtém-se o nível de tecnologia eficiente  $\beta = 1$  e  $e = \frac{k}{4}$ , o que promove um lucro privado de  $\frac{3k^2}{16}$ , menor que o caso anterior.

Assume-se a existência de uma autoridade ambiental que está preocupada com o dano ambiental e que regulamenta e fiscaliza a atividade poluidora. Para isto, o regulador determina o nível máximo de poluição permitida  $s \geq 0$ . Considera-se também que o regulador observa a tecnologia que a firma utiliza mas não pode saber o nível de poluição emitido se não a monitora, incorrendo em um custo de fiscalização  $c > 0$ . Isto significa que o regulador precisa inspecionar a firma para verificar sua performance com relação aos padrões ambientais determinados.

Sabendo que este monitoramento é custoso, não necessariamente é ótimo para o auditor fiscalizar a empresa sempre. Por isto, o regulador escolhe uma probabilidade de inspeção  $p \in [0,1]$ . Considera-se que esta inspeção é

perfeitamente acurada, ou seja, uma vez realizada, o auditor consegue determinar exatamente a poluição provocada pela firma.

Se, uma vez monitorada, descobre-se que a firma excedeu o nível máximo de poluição permitido, então é obrigada a pagar uma penalização que depende do nível de violação,  $e - s$ , e da tecnologia utilizada,  $\beta$ . A função de penalização é dada por:

$$\begin{cases} f(\beta, e - s) = \phi(\beta)(e - s)^2, & e > s \\ f(\beta, e - s) = 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

onde  $\phi(\beta) \geq \beta$  e  $\phi'(\beta) \geq 0$ .

Dado  $\beta$ , a penalização (3) é crescente e convexa no nível de violação, ou seja, é proporcional a magnitude do dano ambiental. Também, dado o nível de violação, quanto pior a tecnologia utilizada, mais severa é a penalização.

Os autores também estudam o efeito da penalização considerando a alternativa da mesma não ser dependente do investimento tecnológico e analisam qual a melhor estrutura de penalização sob o ponto de vista da firma e do regulador, comparando os casos onde:

$$\phi(\beta) = \beta \quad (4)$$

$$\phi(\beta) = t, \text{ onde } t \text{ é uma constante positiva.} \quad (5)$$

O trabalho de Arguedas (2004) considera uma estrutura de modelo *principal-agent* no qual o regulador escolhe os instrumentos de política ambiental (o nível máximo permitido  $s$  e a probabilidade de inspeção  $p$ ), considerando uma penalização pelo seu não cumprimento e antecipando a resposta ótima da firma para a política. A firma seleciona o nível de poluição e tecnologia que maximizam seu *payoff* esperado, o que incluiu não só seu lucro privado, mas também a penalização esperada caso decida violar o nível máximo determinado.

Formalmente, a função de *payoff* da firma é definida como:

$$\pi(e, \beta, s, p) = ke - \frac{e^2}{\beta} - pf(\beta, e - s) \quad (6)$$

Assume-se que o agente regulador e fiscalizador de políticas ambientais maximiza o valor esperado de uma função de bem estar social. Considera-se, também, que a externalidade negativa é absorvida por este agente e, por isto, a função de bem estar social é definida como o lucro privado da empresa menos a externalidade negativa e o valor esperado do custo da inspeção:

$$W(e, \beta, p) = ke - \frac{e^2}{\beta} - \beta e^2 - pc \quad (7)$$

Como a receita com a multa do agente regulador é igual ao custo da penalização sofrido pela firma, estes termos se cancelam e por isto não aparecem na equação (7).

O trabalho considera e analisa duas possibilidades do tempo para decisão de investimento em tecnologia: antes ou depois do anúncio da política ambiental. No primeiro caso, modela o jogo em 3 estágios, onde primeiro a firma escolhe o investimento tecnológico ( $\beta$ ), na sequência o regulador escolhe os instrumentos de política ambiental ( $s, p$ ) e, no terceiro estágio, a firma escolhe o nível de emissão ( $e$ ). No segundo caso, o jogo é modelado em apenas 2 estágios e, primeiramente, o regulador anuncia os instrumentos de política ambiental ( $s, p$ ) e, em seguida, a firma escolhe os níveis de investimento tecnológico e de emissão ( $\beta, e$ ).

Ambos os casos são resolvidos por *backward induction* para achar o equilíbrio perfeito no subjogo. Sendo assim, no caso do jogo em 2 estágios, primeiramente é encontrada a resposta ótima da firma ( $\beta^*, e^*$ ) para qualquer política ambiental anunciada. No segundo estágio é encontrada a política ambiental ( $s^*, p^*$ ) que maximiza o bem estar social, considerando a resposta da firma.

Sendo assim, para esse jogo em dois estágios, dada a política ambiental ( $s, p$ ), a firma resolve o seguinte problema de maximização:

$$\begin{aligned} & \underset{e, \beta}{\text{Max}} \left\{ ke - \frac{e^2}{\beta} - p\phi(\beta)(e - s)^2 \right\} \\ \text{s. a.} \quad & s - e \leq 0; \quad e - \frac{k\beta}{2} \leq 0; \quad \beta - \bar{\beta} \leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

A primeira restrição de (8) garante que a firma escolhe o nível de poluição que é, no mínimo, o padrão *standard* estabelecido pela política ambiental, caso contrário não teria sentido considerar a penalização na função objetivo. A segunda garante que o nível de poluição é, no máximo, igual ao nível de poluição que a firma escolheria no caso de ausência da regulamentação da política ambiental. A combinação destas duas restrições garante que a firma escolhe o nível de poluição considerando a regulamentação desta política. A última restrição garante que o nível de tecnologia que a empresa pode escolher é limitado a  $\bar{\beta}$ .

No segundo estágio, o regulamentador determina o padrão *standard* estabelecido pela política ambiental e a probabilidade de inspeção, considerando a resposta ótima da firma, resolvendo o seguinte problema de maximização:

$$\begin{aligned} & \underset{s, p}{\text{Max}} \left\{ ke - \frac{e^2}{\beta} - \beta e^2 - pc \right\} \\ \text{s. a.} \quad & s - \frac{k\beta}{2} \leq 0; \quad -s \leq 0; \quad -p \leq 0; \quad p - 1 \leq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

A primeira restrição de (9) garante que o padrão *standard* estabelecido pela política ambiental é menor que o valor máximo do nível de poluição que a empresa pode escolher, que é o nível de poluição que a firma escolheria no caso de ausência da regulamentação da política ambiental. As demais restrições garantem que este padrão não pode ser negativo e que a probabilidade de inspeção está entre zero e um.

O mesmo problema é resolvido considerando que a penalização não depende do nível de tecnologia escolhido pela firma, ou seja, que a função de penalização não depende de  $\beta$ , considerando  $\phi(\beta) = t$ , onde  $t$  é uma constante positiva em (3). Isto foi feito para verificar se a estrutura de penalização deve ou não ser dependente do nível de tecnologia escolhido pela firma e se esta escolha depende do tempo de decisão do investimento em tecnologia: se antes ou depois da determinação da política ambiental.

O trabalho também modela o jogo em 3 estágios com o objetivo de verificar se a escolha antecipada da tecnologia utilizada pela firma, ou seja, a escolha de  $\beta$ , influencia na determinação e na regulamentação da política ambiental.

Através dessas técnicas de otimização com restrição, mostrou-se que a empresa prefere que penalização seja proporcional ao investimento tecnológico, independente do tempo da decisão com relação a política anunciada. Ou seja, a empresa prefere que as multas sejam dependentes do investimento em tecnologia ( $\beta$ ), independente se este investimento é feito antes ou depois da definição da política ambiental.

Entretanto, do ponto de vista do regulador, o tempo de decisão é relevante para decidir a melhor estrutura de penalização, uma vez que o regulador prefere multas fixas quando a firma decide o investimento em tecnologia primeiro e penalizações variáveis (vinculadas ao investimento tecnológico) quando a decisão de investimento é feita posteriormente a definição dos níveis da política ambiental.

Finalmente, mostrou-se que ambos, empresa e o regulador, preferem que a empresa antecipe sua decisão de investimento em tecnologia. Por um lado, a empresa obtém uma regulação branda investindo em tecnologia mais do que o necessário (*overinvesting*). Por outro, a sociedade poupa custos de monitoramento e danos ambientais.

À luz desses resultados, o estudo conclui que as autoridades ambientais deveriam promover investimento em tecnologia com um mecanismo muito simples, ou seja, deveria facilitar e incentivar o investimento tecnológico, tornando-o simples e menos custoso: o regulador deveria anunciar que uma política ambiental regulatória com as características estudadas seriam implementadas em um futuro próximo e que o investimento em tecnologia seria considerado no processo de monitoramento e penalização. Dado este anúncio, a empresa poderia perceber e se dar conta que é melhor antecipar seus investimentos, uma vez que isto pode induzir a uma regulamentação mais branda. Portanto, o regulador precisaria somente dar o tempo necessário para as empresas investirem em tecnologia e anunciar os termos da política ambiental dependentes deste investimento tecnológico.

Na presente dissertação o tema em questão será abordado com o arcabouço teórico da teoria dos jogos evolucionários. A situação apresentada acima será adaptada e modelada como um jogo simultâneo (e não mais sequencial), em

forma normal, e será analisado não só de forma estática, mas também de forma dinâmica, considerando que o jogo em questão pode ser repetido e que os agentes envolvidos (empresas e reguladores/auditores) poderão rever suas estratégias ao longo do tempo. Com isto, poder-se-á analisar como as respectivas populações destes agentes evoluem dinamicamente ao longo do tempo e quais estados das mesmas constituem um equilíbrio de longo prazo.

Será considerado, primeiramente, um ambiente onde não existe nenhum tipo de política ambiental implementado e, neste cenário, verificar que tipo de estratégia prevalece no longo prazo. Posteriormente, será considerada a implementação nesse ambiente de uma política ambiental de instrumentos regulatórios ou de comando e controle com a finalidade de observar a existência ou não de um equilíbrio de longo prazo neste novo cenário.

### 2.3 Teoria dos Jogos Evolucionários

A teoria dos jogos surgiu no campo da matemática com o objetivo de modelar situações de conflitos de interesse na interação de dois ou mais agentes (jogadores) assumidos como racionais e que possuem um conjunto de estratégias que podem ser adotadas nessa interação, gerando respectivos ganhos ou *payoffs* para esses jogadores.

Diante dessa visão inicial e clássica do jogo, considerando ainda a premissa que os agentes são racionais, o objetivo do jogador é escolher a estratégia que maximiza o seu *payoff*. No modelo mais básico, dois jogadores racionais interagem escolhendo, no conjunto de estratégias disponíveis, aquela que gera o maior *payoff* frente a escolha do outro jogador. Dependendo da situação, essa escolha pode ser feita de forma simultânea ou sequencial.

Mas-Collel, Whinston e Green (1995) explicam que, quando nenhum jogador possui incentivo para desviar unilateralmente da estratégia que escolheu para jogar, o resultado do jogo converge para a situação de um Equilíbrio de Nash (EN). Sendo assim, segundo Silveira (2016), um EN é alcançado quando a estratégia escolhida por cada jogador é uma melhor resposta ao perfil de estratégias escolhido por seus oponentes. Este conceito contribuiu bastante para que fossem identificados os equilíbrios existentes nas situações, mas apenas ele não é o suficiente para descobrir qual equilíbrio irá prevalecer ou para qual deles o jogo irá se encaminhar.

O refinamento do conceito de Equilíbrio de Nash surge com o intuito de ajudar a inferir melhor sobre o resultado de um jogo. Observando que os comportamentos dos agentes nem sempre são racionais, desenvolve-se a teoria evolucionária assumindo racionalidade limitada, onde, segundo Silveira (2016), cada jogador está programado para escolher uma dada estratégia pura para jogar contra o seu adversário, porém não mais, necessariamente, escolhe a estratégia ótima. Esta teoria considera que o jogo é aleatoriamente repetido e, dependendo

dos *payoffs* recebidos, os jogadores podem mudar de estratégia ao longo do jogo. Durante um dado intervalo de tempo, pares de jogadores são selecionados de forma aleatória para competir em um jogo representado na forma normal (*stage game*).

Segundo Friedman (1998), a Teoria dos Jogos Evolucionários advém da biologia teórica, sendo o resultado de um jogo que envolve uma ou várias populações com número muito grande de indivíduos. O autor apresenta que as interações estratégicas ao longo do tempo ocorrem porque a adaptação de traços biológicos e de comportamento depende tanto do ambiente como da superioridade do comportamento da população corrente em relação a comportamentos alternativos. Ele afirma que o jogo evolucionário é um modelo formal de interações estratégicas no tempo na qual a estratégia com o maior *payoff* tende a substituir as estratégias com menores *payoffs*. Entretanto, essas mudanças podem não ocorrer de forma repentina pela existência de alguma inércia e/ou comportamento agregado dos indivíduos da população.

A teoria evolucionária pode ser aplicada no âmbito de populações significativamente grandes para modelar jogos estáticos, que são jogados uma única vez, ou dinâmicos, que podem ser jogados de forma repetida. Os modelos dinâmicos permitem com que as estratégias que proporcionam maiores *payoffs* sejam disseminadas à medida que os jogos são repetidos.

A partir do desenvolvimento da teoria evolucionária, Maynard Smith e Price (1973) introduziram um refinamento do Equilíbrio de Nash ao apresentar o conceito de Estratégia Evolucionariamente Estável (EEE) como um conceito estático e direcionado nas interações estratégicas ao longo do tempo para a dinâmica comportamental e de traços biológicos. Este equilíbrio é definido como o ponto onde há a estabilização da frequência relativa das estratégias. Os autores afirmam que, quando a população adota uma estratégia EEE, esta não será invadida por uma estratégia mutante.

Segundo Friedman (1998), uma estratégia incumbente  $s$  pertencente ao conjunto de estratégias  $S$  é EEE se, para toda estratégia mutante  $x$  pertencente a  $S$ :

$$U(s, s) > U(x, s), \quad \text{para todo } s, \quad \text{ou}$$

$$U(s, s) = U(x, s) \text{ e } U(s, x) > U(x, x) \quad (10)$$

Sendo assim, o EEE resiste a proliferação das estratégias mutantes seja porque os invasores são menos aptos ou são igualmente aptos no estado corrente, mas menos aptos quando são maioria.

Porém, Anastasopoulos e Anastasopoulos (2012) mostram que o conceito de EEE é um conceito estático, que não é capaz de indicar de forma precisa como esse equilíbrio estratégico é alcançado ao longo do tempo nem qual EEE é selecionada quando mais de uma delas persiste no jogo. Sendo assim, nem sempre é possível encontrar, através desse conceito, qual será o equilíbrio dinâmico de longo prazo do jogo, repetido ao longo do tempo.



Essa modelagem dinâmica pode ser feita através de um sistema de equações diferenciais não lineares para inferir sobre a dinâmica evolutiva das estratégias dentro de uma população de jogadores. Menasché (2005) apresenta o conceito básico de sistemas dinâmicos da seguinte forma:

Seja  $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$  um ponto no  $R^n$ . Um sistema dinâmico é um conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, \dots, x_n) \\ &: \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (11)$$

Um ponto fixo  $x^*$ , também chamado ponto crítico ou ponto estacionário, é um ponto tal que  $(f_1(x^*), \dots, f_n(x^*)) = f(x^*) = (0, \dots, 0)$ .

Este ponto crítico pode ser instável, neutramente estável, quando suscetível a alguma perturbação do sistema, ou assintoticamente estável, quando não há perturbação do sistema, ou seja, o sistema não é suscetível a choques evolucionários e, com isto, caracterizando-se como equilíbrio evolucionário (EE) robusto.

### 2.3.1 Replicador Dinâmico

O replicador dinâmico, proposto por Taylor & Jonker (1978), utiliza-se desse sistema dinâmico e permite modelar como uma população evolui dinamicamente ao longo do tempo e qual estado da população constitui um equilíbrio de longo prazo. Friedman (1991) e Hirth (2014) apresentam este replicador como uma ferramenta analítica eficiente e com capacidade de inferir sobre o comportamento evolutivo de uma determinada população.

Menasché (2005) apresenta a equação do replicador dinâmico de uma determinada população da seguinte forma:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = p_i(t)(U(s_i, \sigma) - U(\sigma, \sigma)) \quad (12)$$

Onde:

$p_i(t)$  é a proporção de indivíduos que adotam a estratégia  $s_i$  no tempo  $t$ ;

$U(s_i, \sigma)$  é o *payoff* médio de um jogador que adota a estratégia  $s_i$ ;

$U(\sigma, \sigma)$  é o *payoff* médio de um jogador escolhido aleatoriamente, quando o estado da população é  $\sigma = p_1s_1 + \dots + p_ns_n$ .

Analisando a equação do replicador dinâmico (12), é fácil deduzir que, quanto maior o *payoff* da estratégia em relação ao *payoff* médio da população,

maior é o seu crescimento relativo. Sendo assim, o cálculo do replicador representa a taxa de crescimento (ou decréscimo) da proporção de agentes que adotam determinada estratégia dentro de uma população.

Em um jogo onde existe apenas uma população dispondo de duas diferentes estratégias de atuação, a condição necessária para a existência de um ponto estacionário é que o replicador dinâmico seja igual a zero, ou seja:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \dot{p}_i = p_i(t)(U(s_i, \sigma) - U(\sigma, \sigma)) = 0 \quad (13)$$

Para garantir a estabilidade assintótica do ponto estacionário, a derivada do replicador dinâmico em relação a respectiva proporção de indivíduos da população que adota aquela estratégia, quando analisada no ponto estacionário, deve ser negativa, ou seja,  $\frac{d\dot{p}_i}{dp_i} < 0$  no respectivo ponto estacionário.

Considerando um jogo onde duas populações interagem entre si e cada uma delas dispõem de duas estratégias diferentes, forma-se um sistema de equações diferenciais não lineares composto pelas seguintes expressões:

$$\begin{cases} \frac{dp_i(t)}{dt} = \dot{p}_i = p_i(t)(U(s_i^1, \sigma_2) - U(\sigma_1, \sigma_2)) \\ \frac{dq_i(t)}{dt} = \dot{q}_i = q_i(t)(U(s_i^2, \sigma_2) - U(\sigma_2, \sigma_1)) \end{cases} \quad (14)$$

onde:

$s_i^1$  é a *i-ésima* estratégia pura de um indivíduo da população 1;

$s_i^2$  é a *i-ésima* estratégia pura de um indivíduo da população 2;

$p_i(t)$  é a proporção de indivíduos que adotam a estratégia  $s_i^1$  no tempo  $t$ ;

$q_i(t)$  é a proporção de indivíduos que adotam a estratégia  $s_i^2$  no tempo  $t$ ;

$\sigma_1$  é o estado da população 1;

$\sigma_2$  é o estado da população 2;

A condição necessária para encontrar os pontos estacionários desse sistema (14) é:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = 0 \\ \dot{q}_i = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Porém, essa condição não é suficiente para garantir a estabilidade assintótica desses pontos estacionários. Para isto, no caso de sistemas hiperbólicos, a estabilidade destes pontos pode ser analisada através dos autovalores desse sistema linearizado, na vizinhança de cada ponto estacionário.

É necessário, então, calcular os autovalores  $\lambda$  da matriz jacobiana  $\Omega$  do sistema (14) linearizado e observar as características desses autovalores, onde:

$$\Omega(p_i, q_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} & \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial q_i} \\ \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial p_i} & \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Se os autovalores da matriz (16), analisada nos pontos estacionários, tem parte real negativa, pode-se afirmar que o respectivo ponto de equilíbrio é assintoticamente estável. Porém, se pelo menos um ou ambos autovalores possuem parte real positiva, pode-se considerar que o ponto de equilíbrio analisado é instável.

Hofbauer & Sigmund (1998) demonstram que, se os autovalores não possuem parte real, ou seja, são imaginários puros, pode-se dizer que o sistema é não hiperbólico. Neste caso, não é possível realizar a análise de estabilidade através da linearização, utilizando os autovalores da matriz jacobiana (16), e essa análise deve ser feita através de um método que permita estudar a estabilidade de um ponto crítico não hiperbólico. Um método conhecido para realizar este tipo de análise é o método de Lyapunov.

Adotando uma função auxiliar apropriada, o método de Lyapunov é descrito por Boyce e DiPrima (1994) como uma generalização dos princípios físicos que regem os sistemas conservativos:

- i. uma posição de repouso é estável se a energia potencial for um mínimo local. Caso contrário, é instável;
- ii. a energia total é constante durante todo o movimento.

Este resultado é amplamente utilizado na literatura de jogos evolucionários. Simão (2015) também o utiliza para demonstrar em seu trabalho, através da análise da função de Lyapunov, que o ponto crítico que possui os autovalores imaginários puros são neutramente estáveis, evoluindo em uma órbita fechada.

### 2.3.2

#### Simulação por Agentes

De forma alternativa a solução analítica, realizada através do replicador dinâmico, Arruda (2015) afirma que é possível realizar a análise da estabilidade do sistema fazendo uso de uma simulação computacional, denominada na literatura como Simulação por Agente. Este método de simulação implementa estocasticidade na análise sobre o equilíbrio evolucionário e, por isto, é necessário

realizar um grande número de experimentos para que se possa inferir sobre a convergência do equilíbrio.

Essa simulação também é conhecida como replicação por imitação e, segundo Silveira (2016), seu algoritmo pode ser desenvolvido da seguinte forma:

- 1) No instante inicial  $t=0$ , determina-se uma condição inicial do jogo, atribuindo uma proporção dos agentes de cada população que adotam uma das suas estratégias disponíveis;
- 2) Realiza-se o sorteio aleatório de um jogador, denominado **Jogador Focal  $i$** , e um adversário aleatório;
- 3) Calcula-se o *payoff*  $U_i$  desse **Jogador Focal  $i$** ;
- 4) Sorteia-se aleatoriamente outro jogador, denominado **Jogador Referência  $j$**  ( $j \neq i$ ), e um adversário aleatório;
- 5) Calcula-se o *payoff*  $U_j$  desse **Jogador Referência  $j$** ;
- 6) Compara-se  $U_i$  com  $U_j$ :
  - a. Se  $U_i \geq U_j$ , o **Jogador Focal  $i$**  mantém sua estratégia (volta para o passo 2);
  - b. Se  $U_i < U_j$ , o **Jogador Focal  $i$**  tem a probabilidade  $w$  de imitar a estratégia do **Jogador Referência  $j$** .
- 7) Calcula-se a probabilidade  $w$  da seguinte maneira:
 
$$w = \frac{U_j - U_i}{\text{payoff máximo} - \text{payoff mínimo}}$$
- 8) Sorteia-se um número aleatório  $rnd$ :
  - a. Se  $w \geq rnd$ , o **Jogador Focal  $i$**  imita a estratégia do **Jogador Referência  $j$** ;
  - b. Se  $w < rnd$ , o **Jogador Focal  $i$**  não troca a sua estratégia.

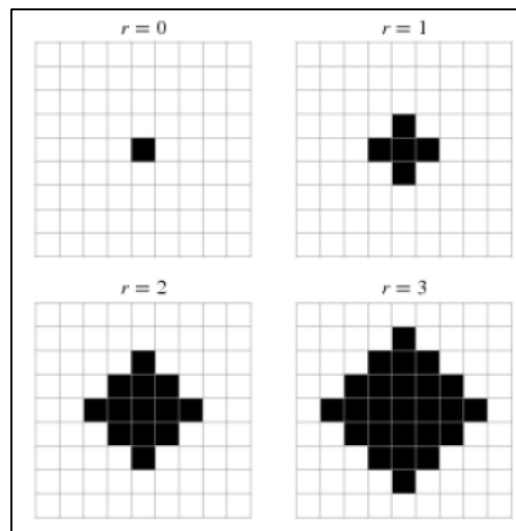
Arruda (2015) afirma que, quando todos os indivíduos, em média, tiverem a oportunidade de modificar suas estratégias, termina-se um passo evolucionário (Passo de Monte Carlo) e um novo passo evolucionário se inicia de forma a repetir a dinâmica do jogo. Sendo assim, a cada Passo de Monte Carlo é dada a oportunidade para que todos os jogadores tenham, em média, uma chance de trocar sua estratégia.

A forma onde todos os jogadores interagem com toda população adversária, independente da sua localização, é denominada população *well mixed*, ou seja, populações bem misturadas onde, segundo Silveira (2016), um jogador de uma população pode interagir com qualquer outro jogador da população adversária.

Um pouco diferente da população *well mixed*, o conceito de vizinhança local também é bastante difundido na literatura e neste, principalmente, a simulação por agente é amplamente aplicada. Neste último caso, segundo Arruda (2015), considera-se que as populações são distribuídas espacialmente e as interações entre os agentes só acontecem dentro de um determinado raio de vizinhança. Isto significa que um jogador só é chamado a jogar contra um adversário que esteja localizado espacialmente dentro de um raio de vizinhança estabelecido. Este conceito é conhecido como jogo espacial.

Hauert e Doebeli (2004) apresentam a simulação de um jogo espacial possuindo um número muito grande de indivíduos. A população de agentes é representada por uma matriz de tamanho  $N \times N$  e só há interação entre um número restrito de jogadores, de acordo com uma vizinhança pré-estabelecida.

Von-Neumann (1944) apresenta um modelo matemático aplicado à Biologia aplicando o conceito de vizinhança na disposição de células ortogonais a uma célula denominada célula central. Quanto maior o raio estabelecido, mais ampla é a vizinhança. A figura 01 ilustra o conceito apresentado:



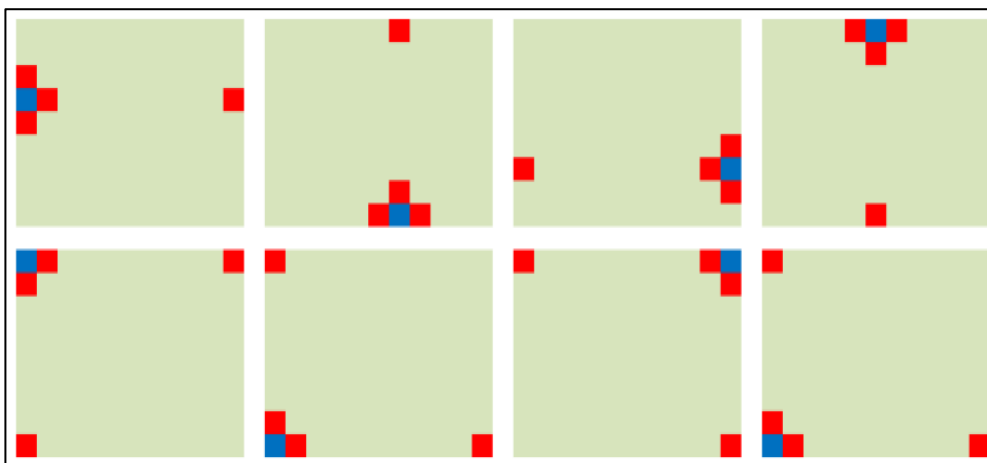
**Figura 01 – Vizinhança de von-Neumann.**  
**Fonte: Silveira (2016)**

O presente trabalho irá realizar simulações de um jogo espacial utilizando a vizinhança de von-Neumann de raio  $r = 1$ , ilustrada na figura 01.

Segundo Hauert (2001), quando as estratégias dos indivíduos da população são atualizadas apenas ao final de um passo de Monte Carlo, ou seja, simultaneamente, este mecanismo é denominado de atualização síncrona. Ao contrário, quando se permite que o jogador focal possa imitar a estratégia do jogador referência imediatamente após a interação, denomina-se de atualização assíncrona. Silveira (2016) destaca que este último mecanismo permite o fenômeno denominado *Overlapping Generations*, ou seja, a intersecção entre indivíduos de diferentes gerações. Isto ocorre porque, na atualização assíncrona, dentro de um mesmo passo de Monte Carlo existirão jogadores que já atualizaram sua estratégia e outros que ainda não tiveram a oportunidade de imitar o comportamento do jogador referência que tem melhor performance dentro do ambiente competitivo.

Uma vez que, para grandes populações, esses dois mecanismos de atualização não apresentam resultados substancialmente diferentes, o presente trabalho utilizará a atualização assíncrona por maior facilidade de programação.

Como a distribuição espacial das populações será representada através de matrizes  $N \times N$ , Arruda (2015) e Silveira (2016) atentam para o cuidado que deve ser tomado ao considerar as interações estratégicas dos jogadores situados na fronteira dessa representação matricial. Por isto, a simulação admitirá que o jogo se dá numa estrutura espacial que possui “*periodic boundary conditions*”, fazendo com que essas matrizes sejam uma representação plana de uma toróide. A figura 02 abaixo representa esta estrutura, sendo o jogador focal representado pela cor azul e seus respectivos vizinhos, ou seja, os jogadores referência são representados pela cor vermelha. Isto garante que todos os elementos da matriz, mesmo os localizados em suas bordas, apresentam a mesma estrutura de vizinhança de von-Neumann de raio  $r = 1$ .



**Figura 02 – Vizinhança de von-Neumann para indivíduos situados nas fronteiras.**

**Fonte: Arruda (2015)**

No caso de jogos espaciais, o cálculo dos *payoffs* dos jogadores focal e referência,  $U_i$  e  $U_j$ , respectivamente, é realizado pelo pagamento médio da interação de cada jogador com os seus  $n$  vizinhos locais:

$$U_i = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{n} \quad \text{e} \quad U_j = \frac{\sum_{j=1}^n u_j}{n}$$

O processo de comparação dos pagamentos é feito conforme descrito acima, ou seja, se  $U_j > U_i$ , então o jogador referência terá uma probabilidade  $w$  de trocar sua estratégia, imitando a estratégia adotada pelo jogador referência.

### 3

## Metodologia

Conforme mencionado na seção 2.2, o modelo desenvolvido nesta dissertação partiu do proposto por C. Arguedas, no seu artigo *Controlling Pollution with Relaxed Regulations*, publicado no *Journal of Regulatory Economics*, em 2004. Porém, o tema em questão será abordado com o arcabouço teórico da teoria dos jogos evolucionários, desconsiderando a assimetria da informação, sua forma sequencial e que é jogado apenas uma vez. Ao contrário, será considerado que este pode ser repetido e que os agentes envolvidos (empresas e auditores) poderão rever suas estratégias ao longo do tempo. Com isto, poder-se-á analisar como as respectivas populações evoluem dinamicamente ao longo do tempo e quais estados das mesmas constituem um equilíbrio de longo prazo. Em um primeiro momento, consideraremos um cenário onde não há nenhum tipo de política ambiental regulamentada e, posteriormente, analisaremos o caso com a implementação de um instrumento de comando e controle.

Para o cenário que considera a presença de uma política ambiental, primeiramente será considerado que as populações de auditores e firmas são bem distribuídas, ou seja, que o jogador de uma população pode interagir com qualquer jogador da outra população. Isto significa que não há limite espacial para a competência de atuação do auditor ou que estes estão comprometidos com um bem estar social global, e não apenas local. Além disto, as firmas também possuem informações globais, ou seja, de todas as outras firmas da população, como se todas as firmas fossem empresas multinacionais. Este cenário será analisado de forma analítica, através do sistema de equações formado pelo replicador dinâmico.

Em seguida, consideraremos que existe um limite espacial para a competência de atuação do auditor ou que estes estão comprometidos apenas com um bem estar social local, dentro de um determinado raio de vizinhança. Neste contexto, as firmas também deixam de ter características de multinacionais e passam a atuar apenas localmente. A interação com estas características será realizada através de simulação por agente.

### 3.1

#### Sem política ambiental regulamentada

A situação apresentada, desta vez, será adaptada e modelada como um jogo simultâneo (em forma normal) considerando, no primeiro momento, a existência de uma população de firmas que podem adotar duas diferentes estratégias: possuir ou não uma cultura corporativa de compromisso e responsabilidade socioambiental. A estratégia da firma que não implementa esta cultura será denominada “No CSR” e a da firma que se compromete com a sociedade e o meio ambiente será denominada estratégia “CSR”.

Esses dois tipos de empresa interagem em um ambiente onde não existe nenhum tipo de política ambiental regulamentada ou implementada e tem como ganho o seu lucro privado, representado pela equação (1).

Sendo assim, na ausência de uma regulamentação, a empresa que escolhe ser “No CSR” adota a tecnologia ( $\beta$ ) e o nível de poluição ( $e$ ) que maximizam seu lucro privado:

$$\text{Max}_{\beta, e} \{ke - e^2/\beta\}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \beta} = \frac{e^2}{\beta^2} = 0$$

$$\beta^* = \bar{\beta}$$

$$\frac{\partial b}{\partial e} = k - \frac{2e}{\bar{\beta}} = 0$$

$$e^* = \frac{k\bar{\beta}}{2}$$

Substituindo esses valores ótimos encontrados na função de lucro privado, temos que uma empresa que escolhe ser “No CSR” obtém um ganho igual a  $\frac{k^2\bar{\beta}}{4}$ .

Ao contrário, se uma empresa escolhe ser “CSR” mesmo na ausência de uma regulamentação, considera-se que esta internaliza o dano ambiental, representado pela equação (2), e adota a tecnologia ( $\beta$ ) e o nível de poluição ( $e$ ) que maximizam seu lucro privado menos essa externalidade negativa:

$$\text{Max}_{\beta, e} \{ke - e^2/\beta - \beta e^2\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \frac{e^2}{\beta^2} - e^2 = 0$$

$$\beta^* = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial e} = k - 2e - 2e = 0$$

$$e^* = \frac{k}{4}$$

Substituindo os valores ótimos encontrados na função de lucro privado, temos que uma empresa que escolhe ser “CSR” obtém um *payoff* igual a  $\frac{3k^2}{16}$ , que é sempre menor que o lucro obtido por uma empresa que escolher ser “No CSR”, uma vez que  $\bar{\beta} > 1$ .

Sob a ótica evolucionária e considerando a inexistência de qualquer ganho adicional para uma empresa escolher ser “CSR”, podemos observar que esta estratégia não é sustentável ao longo do tempo. Este resultado pode ser evidenciado utilizando o conceito de replicador dinâmico, através da equação (13). Adotando  $q$  como a probabilidade ou proporção de firmas que escolhem ser “No CSR” e  $(1 - q)$  a probabilidade ou proporção de firmas que optam por ser “CSR”, temos que o replicador dinâmico de  $q$  é dado por:



$$\dot{q} = q \left( \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} - \left( q \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} + (1 - q) \frac{3k^2}{16} \right) \right)$$

$$\dot{q} = q(1 - q) \left( \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} - \frac{3k^2}{16} \right)$$

Analisando a equação do replicador dinâmico acima, podemos perceber a existência de apenas dois pontos estacionário, ou seja, valores de  $q$  que fazem com que o replicador dinâmico seja igual a zero:  $q = 0$  e  $q = 1$ . A estabilidade desses pontos estacionários pode ser analisada através da derivada do replicador em relação a  $q$ :

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} = (1 - 2q) \left( \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} - \frac{3k^2}{16} \right)$$

Como  $\frac{k^2 \bar{\beta}}{4} > \frac{3k^2}{16}$ , temos que:

- Para  $q = 0$ ,  $\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} > 0$ , concluindo que o ponto  $q = 0$  é instável.
- Para  $q = 1$ ,  $\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} < 0$ , concluindo que o ponto  $q = 1$  é assintoticamente estável.

Sendo assim, sob a ótica evolucionária, a única estratégia sustentável no longo prazo é a firma escolher ser “No CSR”. Por isto, podemos concluir que, na ausência de uma regulamentação ambiental e de ganhos adicionais para empresas que optem por ser “CSR”, esta estratégia desaparece e só sobrevivem as empresas que optam por ser “No CSR”. Sob as condições apresentadas, temos um cenário de *pollution trap*.

### 3.2

#### Com política ambiental regulamentada

Com o intuito de sair desta decadente situação e atrair empresas que optem por adotar a estratégia que internaliza o dano ambiental, propõe-se introduzir neste cenário uma política de instrumentos regulatórios, de comando e controle, que fiscalize e penalize as empresas sobreviventes e poluidoras.

A regulamentação dessa política ambiental e a respectiva fiscalização são realizadas por uma população de reguladores/auditores, levando em conta que esta inspeção é custosa, porém perfeitamente acurada. Ou seja, uma vez realizada, o regulador/auditor incorre no custo  $c > 0$  mas consegue determinar exatamente a poluição provocada pela firma. Por isto, estes agentes podem escolher entre as estratégias de “Fiscalizar” ou “Não Fiscalizar”. Sendo assim, a probabilidade de fiscalização apresentada no trabalho de Arguedas (2004), aqui está refletida nas estratégias que os reguladores/auditores podem adotar.

Determinou-se que  $p$  é a probabilidade ou proporção de agentes reguladores/auditores desta população que adotam a estratégia de fiscalizar. Como  $p \in (0, 1)$ , então podemos considerar que  $(1 - p)$  é a probabilidade ou proporção dos que adotam a estratégia alternativa, ou seja, de não fiscalizar. Continuaremos adotando como  $q$  a probabilidade ou proporção de firmas sobreviventes e que escolhem ser “No CSR” e  $(1 - q)$  a proporção de firmas que voltam para este mercado e optam por serem empresas “CSR”. A análise do jogo consiste em determinar o equilíbrio  $(p, q)$  da interação dessas duas populações, com a finalidade de observar a existência ou não de um equilíbrio de longo prazo neste novo cenário.

A função de penalização adotada no presente trabalho será a mesma apresentada no trabalho publicado por Arguedas (2004), definido no sistema de equação (3). O presente estudo replicará um caso particular apresentado no artigo, adotando  $\phi(\beta) = \beta$ . Ou seja, a penalização também depende do tipo de tecnologia escolhido pela empresa. Quanto mais velha a tecnologia, maior a penalização. Porém, será considerado que os agentes fiscalizadores escolhem  $s = 0$  e, embora saiba que, adotando esta política, todas empresas emitirão poluição acima deste padrão estabelecido, apenas as firmas que não internalizam o dano ambiental para determinar sua tecnologia e seu nível de emissão são penalizadas.

Definidos os parâmetros da política ambiental  $s = 0$ ,  $p = 1$  se o agente fiscalizador adota a estratégia “Fiscalizar” e  $p = 0$  se adota a estratégia “Não Fiscalizar”, o seu *payoff* esperado será a função de bem estar social definida no artigo de Arguedas (2004), que considera que a externalidade negativa é absorvida pela sociedade, representada pelo agente fiscalizador. Por isto, esta função é definida como o lucro privado da empresa menos a externalidade negativa e o valor esperado do custo da inspeção.

No presente trabalho, essa função dependerá apenas do perfil de estratégia adotado por esse agente e pelos níveis de tecnologia e poluição escolhidos pelas firmas. Sendo assim, o ganho esperado proporcionado pelo regulador/auditor será dado por:

$$W = ke - e^2/\beta - \beta e^2 - pc \quad (17)$$

Considera-se, também, que as empresas sobreviventes e que escolhem ser “No CSR” continuam utilizando a tecnologia mais suja  $\beta = \bar{\beta}$ , considerando um alto custo para essas empresas mudarem sua infraestrutura tecnológica e preferindo assumir o risco de serem penalizadas a arcarem com o este alto custo de mudança de tecnologia. As novas empresas entrantes nesse mercado e que escolhem ser “CSR” continuam internalizando o dano ambiental e, como visto anteriormente, maximizam seu lucro quando adotam o nível de tecnologia mais limpa  $\beta = 1$ . Com isto, apenas as empresas que escolhem ser “No CSR” são penalizadas.

Sendo assim, a função de *payoff* esperado das firmas que optam por ser “No CSR” será dada por:

$$\pi = ke - e^2/\bar{\beta} - p\bar{\beta}e^2 \quad (18)$$

O nível de emissão de poluição ( $e$ ) das empresas será decidido através da maximização do seu lucro, levando em conta a interação entre as estratégias adotadas por elas e pelos agentes reguladores.

Quando a firma que escolhe ser “No CSR” interage com o regulador/auditor que adota a estratégia “Fiscalizar” ( $p = 1$ ), o nível de emissão escolhido pela empresa será dado pela maximização do lucro privado da firma menos a penalização, conforme equação (18):

$$Max_e \{ke - e^2/\bar{\beta} - \bar{\beta}e^2\}$$

Sendo assim, neste cenário temos que:

$$e^* = k\bar{\beta}/[2(1 + \bar{\beta}^2)]$$

Substituindo  $e^*$ , em (17) e (18), temos que os respectivos *payoffs* são os seguintes:

$$\pi = \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)}$$

$$W = \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c$$

Se a firma que escolhe ser “No CSR” interage com o regulador/auditor que adota a estratégia “Não Fiscalizar” ( $p = 0$ ), o nível de emissão será dados pela maximização do lucro privado da firma:

$$Max_e \{ke - e^2/\bar{\beta}\}$$

Sendo assim, neste cenário temos que:

$$e^* = k\bar{\beta}/2$$

Substituindo  $e^*$ , em (17) e (18), temos que os respectivos *payoffs* sejam os seguintes:

$$\pi = \frac{k^2\bar{\beta}}{4}$$

$$W = \frac{k^2\bar{\beta}(1-\bar{\beta}^2)}{4}$$

Por outro lado, quando a firma que escolhe ser “CSR”, esta continuará internalizando o dano ambiental ao seu lucro privado para escolher seu nível de poluição, optando pela tecnologia mais limpa e, por estas razões, não é penalizada. Por isto, independente de ser fiscalizada ou não, seu lucro continuará sendo igual a  $\frac{3k^2}{16}$ , uma vez que seu nível de emissão e tecnologia continuam sendo  $e^* = \frac{k}{4}$  e  $\beta^* = 1$ .

Substituindo esses valores na função de bem estar social (17), concluímos que o ganho esperado do regulador/auditor que interage com uma empresa que escolher ser “CSR” é dado por:

$$W = \frac{k^2}{8} - pc \quad (19)$$

Sendo assim, o regulador/auditor que fiscaliza ( $p=1$ ) uma empresa “CSR” incorrerá no custo de inspeção e proporcionará o *payoff* de  $W = \frac{k^2}{8} - c$ , conforme equação (19).

Ao contrário, o regulador/auditor que não fiscaliza ( $p=0$ ) uma empresa “CSR” economizará o custo de inspeção e, por isto, segundo equação (19), proporcionará um maior ganho de  $W = \frac{k^2}{8}$ .

Assim, a matriz de pagamentos do jogo em questão fica definida como:

	No CSR ( $q$ )	CSR ( $1-q$ )
Fiscaliza ( $p$ )	$\frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c ; \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)}$	$\frac{k^2}{8} - c ; \frac{3k^2}{16}$
Não Fiscaliza ( $1-p$ )	$\frac{k^2\bar{\beta}(1-\bar{\beta}^2)}{4} ; \frac{k^2\bar{\beta}}{4}$	$\frac{k^2}{8} ; \frac{3k^2}{16}$

Analisando essa matriz de pagamento, podemos observar que o maior *payoff* que uma empresa pode receber é de  $\frac{k^2\bar{\beta}}{4}$ , ou seja, quando escolhe ser “No CSR” e não é fiscalizada, pois  $\bar{\beta} > 1$ . Quando a empresa é fiscalizada, esta irá preferir ser “CSR”, uma vez que  $\frac{3k^2}{16} > \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)}$  para qualquer valor de  $\bar{\beta}$ .

A matriz de pagamento evidencia que a implantação da política ambiental que fiscaliza as empresas depende do custo de inspeção. Percebe-se através dela que o agente regulador/auditor só irá optar por fiscalizar se  $\frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c > \frac{k^2\bar{\beta}(1-\bar{\beta}^2)}{4}$  e isto ocorre somente quando  $c < \frac{k^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)}$ , que chamaremos de limite de custo  $\bar{c}$ . Logo, se o custo de inspeção for maior do que este limite, não será possível sair do cenário de *pollution trap*.

Pode-se observar, também, que o maior *payoff* que o regulador/auditor proporciona para o bem estar social é de  $\frac{k^2}{8}$ , quando não fiscaliza firmas que escolhem ser “CSR”. Isto demonstra que a presença de empresas que seguem diretrizes de boas políticas ambientais contribui com o aumento do bem estar social. Como  $\frac{k^2}{8} > \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} > \frac{k^2\bar{\beta}(1-\bar{\beta}^2)}{4}$  para todo  $\bar{\beta} > 1$ , fica evidenciado que empresas que optam por ser “CSR” contribuem para o aumento da função de bem estar social adotada.

O conflito de interesse na interação desses agentes se dá porque a firma maximiza seu *payoff* quando escolhe ser “No CSR” mas não é fiscalizada, enquanto o maior pagamento que os reguladores/auditores proporcionam é quando não fiscalizam, mas as empresas escolhem ser “CSR”. Logo, os auditores só preferem não fiscalizar se a empresa escolhe ser “CSR” mas, por outro lado, as empresas só preferem ser “CSR” se forem fiscalizadas. Isto caracteriza um conflito de interesses que pode ser analisado sob a ótica da teoria dos jogos.

## 4

### Análise do jogo

#### 4.1

#### População well mixed

##### 4.1.1

##### Solução Analítica

Através da análise estática da matriz de pagamentos do jogo em questão, pode-se verificar que, se o custo de fiscalização ( $c$ ) for muito alto (maior do que o limite de custo  $\bar{c}$ ), os auditores sempre irão preferir não fiscalizar. Como a melhor resposta das empresas para esta situação é adotar a estratégia “No CSR”, podemos concluir que, neste caso, o equilíbrio se dará no cenário de empresas que não são “CSR” e auditores que não fiscalizam, ou seja, no ponto  $(0,1)$ , permanecendo no cenário de *pollution trap*.

Quando o auditor adota a estratégia de fiscalizar, para qualquer valor de  $\bar{\beta}$ , a melhor resposta da empresa será escolher a estratégia “CSR”, pois o *payoff* recebido pela empresa nesta situação,  $\frac{3k^2}{16}$ , será sempre maior que o *payoff* recebido quando escolhe a estratégia alternativa,  $\frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\beta^2)}$ . Porém, quando o auditor escolhe adotar a estratégia Não Fiscalizar, a melhor resposta da empresa é escolher ser “No CSR”.

Considerando que o custo de fiscalização é maior do que zero, quando a empresa escolhe adotar a estratégia de ser “CSR”, a melhor resposta do auditor é escolher Não Fiscalizar pois, neste caso, economiza o custo de fiscalização e proporciona um maior *payoff*. Ao contrário, se a empresa escolhe adotar a estratégia de ser “No CSR” e o custo de fiscalização for menor que o limite de custo  $\bar{c}$ , a melhor resposta do auditor será fiscalizar.

Sendo assim, podemos concluir que, quando o custo de fiscalização é maior do que zero e menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ , o jogo em questão não apresenta equilíbrio em estratégias puras. Neste caso, o único equilíbrio do jogo estático se dá em estratégias mistas, no ponto em que o regulador/auditor é indiferente entre adotar a estratégia de fiscalizar ou não fiscalizar e a firma também é indiferente entre escolher ser “No CSR” ou “CSR”.

Sendo assim, encontra-se o valor de  $p^*$  igualando o valor esperado do *payoff* da firma que escolhe ser “No CSR” com o *payoff* da firma que escolhe ser “CSR”. Analogamente, o valor de  $q^*$  é o que faz com que o valor esperado do *payoff* proporcionado pelos agentes que adotam a estratégia de fiscalizar seja igual ao valor esperado do *payoff* proporcionado pelos que escolhem não fiscalizar.

Igualando os valores esperados dos respectivos *payoffs* das empresas, temos que:

$$E[\pi^{NC}] = E[\pi^C]$$

$$p \frac{k^2 \bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} + (1-p) \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} = p \frac{3k^2}{16} + (1-p) \frac{3k^2}{16}$$

Sendo assim:

$$p^* = \frac{(4\bar{\beta}-3)(1+\bar{\beta}^2)}{4\bar{\beta}^3}$$

Analogamente, igualando os valores esperados dos respectivos *payoffs* proporcionados pelos auditores, temos que:

$$E[W^F] = E[W^{NF}]$$

$$q \left[ \frac{k^2 \bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c \right] + (1-q) \left[ \frac{k^2}{8} - c \right] = q \left[ \frac{k^2 \bar{\beta} (1-\bar{\beta}^2)}{4} \right] + (1-q) \frac{k^2}{8}$$

Sendo assim:

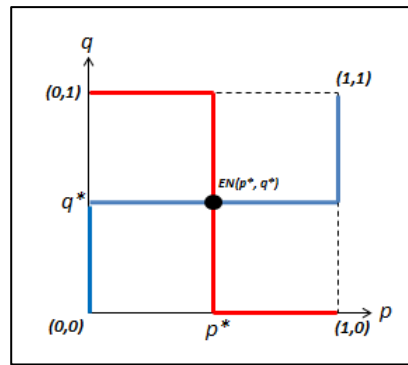
$$q^* = \frac{4c(1+\bar{\beta}^2)}{k^2 \bar{\beta}^5}$$

Logo, o único equilíbrio em estratégia mista se dará no ponto  $\left( \frac{(4\bar{\beta}-3)(1+\bar{\beta}^2)}{4\bar{\beta}^3}, \frac{4c(1+\bar{\beta}^2)}{k^2 \bar{\beta}^5} \right)$ , que se dá quando o custo de fiscalização é intermediário, ou seja, maior do que zero e menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ . Para esta condição, como  $p^*, q^* \in (0,1)$ , então podemos concluir que se trata de um ponto interior.

Considerando esse cenário de custo de fiscalização intermediário, podemos esboçar e analisar o mapeamento de correspondência de melhor resposta. Sob o ponto de vista do regulador/auditor, temos que, se a firma escolhe ser “No CSR” com probabilidade baixa  $q < q^*$  (ou seja, se é mais provável que escolha ser “CSR”), a sua melhor resposta é adotar a estratégia Não Fiscalizar, ou seja,  $p = 0$ . Se a firma escolhe ser “No CSR” com probabilidade  $q = q^*$ , então o regulador/auditor é indiferente entre fiscalizar ou não. Porém, se  $q > q^*$ , então a melhor resposta do regulador/auditor é escolher fiscalizar ( $p = 1$ ).

Analogamente, sob o ponto de vista da empresa, se o regulador/auditor escolhe fiscalizar com probabilidade  $p < p^*$ , então a melhor resposta da firma é escolher ser “No CSR”, ou seja,  $q = 1$ . Se escolhe fiscalizar com probabilidade  $p = p^*$ , então a empresa é indiferente entre ser ou não “CSR”. Porém, se  $p > p^*$ , então a melhor resposta da firma é escolher ser “CSR”, ou seja,  $q = 0$ .

Sendo assim, o mapeamento de correspondência de melhor resposta quando custo de fiscalização é intermediário pode ser esboçado conforme a figura 03. Podemos verificar graficamente que só existe um ponto onde ambos jogadores estão jogando simultaneamente uma melhor resposta. Este ponto é, exatamente, o Equilíbrio de Nash ( $p^*, q^*$ ) em estratégia mista.



**Figura 03 – Correspondência de melhor resposta do jogo entre auditores (azul) e firmas (vermelho) com custo de fiscalização menor que  $\bar{c}$ .**

Após realizar a análise estática do jogo em questão, podemos refiná-la para analisar a evolução das populações de reguladores/auditores e firmas, utilizando o replicador dinâmico para modelar o processo de seleção, sobrevivência e/ou extinção das estratégias possíveis de serem adotadas pelos agentes. Desta forma, podemos verificar a existência ou não de um equilíbrio evolucionário e sua estabilidade.

Aplicando a equação (14) do replicador dinâmico no jogo em questão obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \dot{p} = p(1-p) \left[ \frac{qk^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c \right] \\ \dot{q} = q(1-q) \left[ \frac{(4\bar{\beta}-3)}{16} k^2 - \frac{k^2\bar{\beta}^3}{4(1+\bar{\beta}^2)} p \right] \end{cases} \quad (20)$$

Sabemos que os pontos estacionários do sistema (20) são encontrados através da equação (15), quando  $\dot{p} = 0$  e  $\dot{q} = 0$ .

Conforme consta na literatura sobre jogos evolucionários, um sistema não linear composto pelas equações dos replicadores dinâmicos tem, no mínimo, quatro pontos estacionários e que se localizam nos vértices do quadrado unitário:

$$(p, q) \in \{[0,1] \times [0,1] \in \mathcal{R}^2 \therefore \dot{p} = 0 \wedge \dot{q} = 0\}$$

Além dos quatro vértices do quadrado unitário, um possível quinto ponto no interior deste quadrado também pode ser estacionário. Para  $\bar{\beta} > 1$  e o custo de fiscalização menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ , temos que  $(p^*, q^*) \in [0,1]^2$ .

Sendo assim, é fácil concluir que os pontos estacionários do sistema em questão são:  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(p^*, q^*)$ .

A estabilidade desses pontos estacionários pode ser analisada pela matriz jacobiana  $\Omega$  do sistema linearizado avaliada na vizinhança de cada ponto estacionário, conforme (16). Sabe-se que essa matriz é dada por:

$$\Omega(p, q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} \end{bmatrix}$$



Considerando os respectivos replicadores dinâmicos que compõem o sistema de equações (20), temos que:

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial p} = (1 - 2p) \left[ q \frac{k^2 \bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c \right]$$

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial q} = (p - p^2) \left[ \frac{k^2 \bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} \right]$$

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial p} = (q - q^2) \left[ -\frac{k^2 \bar{\beta}^3}{4(1+\bar{\beta}^2)} \right]$$

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} = (1 - 2q) \left[ \frac{(4\bar{\beta} - 3)}{16} k^2 - \frac{k^2 \bar{\beta}^3}{4(1+\bar{\beta}^2)} p \right]$$

Sendo assim, para cada ponto estacionário e considerando que o custo de fiscalização é intermediário, ou seja, maior do que zero e menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ , temos que:

$$\Omega(0,0) = \begin{bmatrix} -c & 0 \\ 0 & \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} - \frac{3k^2}{16} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -c < 0$$

$$\lambda_2 = \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} - \frac{3k^2}{16} > 0$$

$$\Omega(0,1) = \begin{bmatrix} \frac{k^2 \bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c & 0 \\ 0 & \frac{3k^2}{16} - \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{k^2 \bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c > 0$$

$$\lambda_2 = \frac{3k^2}{16} - \frac{k^2 \bar{\beta}}{4} < 0$$

$$\Omega(1,1) = \begin{bmatrix} c - \frac{k^2 \bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} & 0 \\ 0 & \frac{3k^2}{16} - \frac{k^2 \bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = c - \frac{k^2 \bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} < 0$$

$$\lambda_2 = \frac{3k^2}{16} - \frac{k^2 \bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} > 0$$

$$\Omega(1,0) = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & \frac{k^2 \bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - \frac{3k^2}{16} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = c > 0$$

$$\lambda_2 = \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - \frac{3k^2}{16} < 0$$

Como os autovalores das matrizes jacobianas avaliadas nos pontos acima possuem sinais opostos, podemos concluir que os pontos  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,0)$ ,  $(1,1)$ , localizados nos vértices do quadrado unitário, não são estáveis, caracterizando-se todos como pontos de sela.

Para analisar a estabilidade do ponto estacionário interior  $(p^*, q^*)$ , temos que a matriz jacobiana é dada por:

$$\Omega(p^*, q^*) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} & 0 \end{bmatrix}$$

Sendo assim, os autovalores dessa matriz são encontrados fazendo:

$$(-\lambda)^2 - \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} = 0$$

Logo:

$$\lambda^2 = \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \frac{\partial \dot{q}}{\partial p}$$

Sabemos que:

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial q} = p^*(1-p^*) \frac{k^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)}$$

Como:

$$p^* > 0; \quad (1-p^*) > 0; \quad \frac{k^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} > 0$$

Então:

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial q} > 0$$

Também é sabido que:

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial p} = q(1-q) \left[ -\frac{k^2\bar{\beta}^3}{4(1+\bar{\beta}^2)} \right]$$

Como:

$$q^* > 0; \quad (1-q^*) > 0; \quad -\frac{k^2\bar{\beta}^3}{4(1+\bar{\beta}^2)} < 0$$

Então:

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial p} < 0$$

Logo:

$$\lambda^2 = \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} < 0$$

Conclui-se, então, que os autovalores da matriz jacobiana avaliada no ponto interior  $(p^*, q^*)$  pertencem ao conjunto dos imaginários puros. Sendo assim, o sistema não é hiperbólico e não se pode fazer análise através desta matriz jacobiana.

Através do estudo das funções de Lyapunov, demonstrado pelos autores Hofbauer & Sigmund (1998), conclui-se que o ponto interior é neutramente estável. Sendo assim, o sistema não converge para este ponto, mas fica girando em uma órbita fechada ao redor desse ponto interior.

Para verificar a direção do ciclo do ponto interior neutramente estável, ou seja, se o sistema gira em sentido horário ou anti-horário, considera-se novamente o sistema composto pelas equações (20) dos replicadores dinâmicos:

$$\dot{p} = p(1-p) \left[ \frac{qk^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c \right], \text{ em } q^*, \dot{p} = 0$$

$$\dot{q} = q(1-q) \left[ p \left( \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - \frac{3k^2}{16} \right) + (1-p) \left( \frac{k^2\bar{\beta}}{4} - \frac{3k^2}{16} \right) \right], \text{ em } p^*, \dot{q} = 0$$

Como  $p$  e  $(1-p)$  são positivos, a direção de  $p$  é determinada por:

$$\dot{p} \geq 0 \Leftrightarrow \left[ q \frac{k^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c \right] \geq 0$$

Como  $\frac{k^2\bar{\beta}^5}{4(1+\bar{\beta}^2)} > 0$  e  $c > 0$ :

$$q \geq \frac{4c(1+\bar{\beta}^2)}{k^2\bar{\beta}^5} \rightarrow q \geq q^*, \dot{p} \geq 0$$

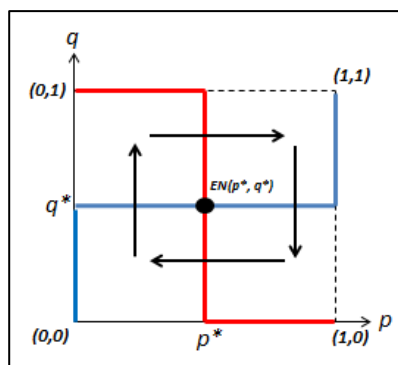
Por outro lado, como  $q$  e  $(1-q)$  também são positivos, a direção de  $q$  é determinada por:

$$\dot{q} \geq 0 \Leftrightarrow \left[ p \left( \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - \frac{3k^2}{16} \right) - (1-p) \left( \frac{3k^2}{16} - \frac{k^2\bar{\beta}}{4} \right) \right] \geq 0$$

Como  $\left( \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - \frac{3k^2}{16} \right) < 0$  e  $\left( \frac{3k^2}{16} - \frac{k^2\bar{\beta}}{4} \right) < 0$ :

$$p \leq \frac{(4\bar{\beta}-3)(1+\bar{\beta}^2)}{4\bar{\beta}^3} \rightarrow p \leq p^*, \dot{q} \geq 0$$

Dessa forma, podemos concluir que a direção do ciclo se dá no sentido horário. A figura 04 esboça o ciclo em questão.



**Figura 04 – Direção do ciclo.**

Percebe-se que, quando  $p < p^*$ , ou seja, quando a proporção de auditores que optam por fiscalizar é menor do que a proporção de equilíbrio estático, aumenta-se a proporção de empresas que escolhem ser “No CSR” ( $q$  aumenta). Ao contrário, quando a proporção de auditores que optam por fiscalizar aumenta, diminui-se a proporção de firmas “No CSR” ( $q$  diminui).

Por outro lado, quando  $q < q^*$ , ou seja, quando a proporção de firmas que optam por ser “No CSR” é menor do que a proporção de equilíbrio estático, diminui-se a proporção de auditores que optam por fiscalizar ( $p$  diminui). Ao contrário, quando há o aumento de proporção de empresas que escolhem ser No CSR,  $q > q^*$ , aumenta-se também a proporção de auditores que optam por fiscalizar.

Com isto, verificamos que, quando o custo de fiscalização é menor do que o custo limite  $\bar{c}$ , consegue-se melhorar a situação de *pollution trap*, porém o efeito da política ambiental proposta é temporário. O aumento da fiscalização faz com que as firmas deixem de ser “No CSR” e passem a se comprometer com o meio ambiente. Porém, a percepção desta diminuição de firmas poluidoras estimula um relaxamento da fiscalização e, quando esta diminui, as firmas voltam a ser “No CSR”, o que provoca um novo aumento da fiscalização e o reinício de um novo ciclo que se repete ao longo do tempo.

#### 4.1.2

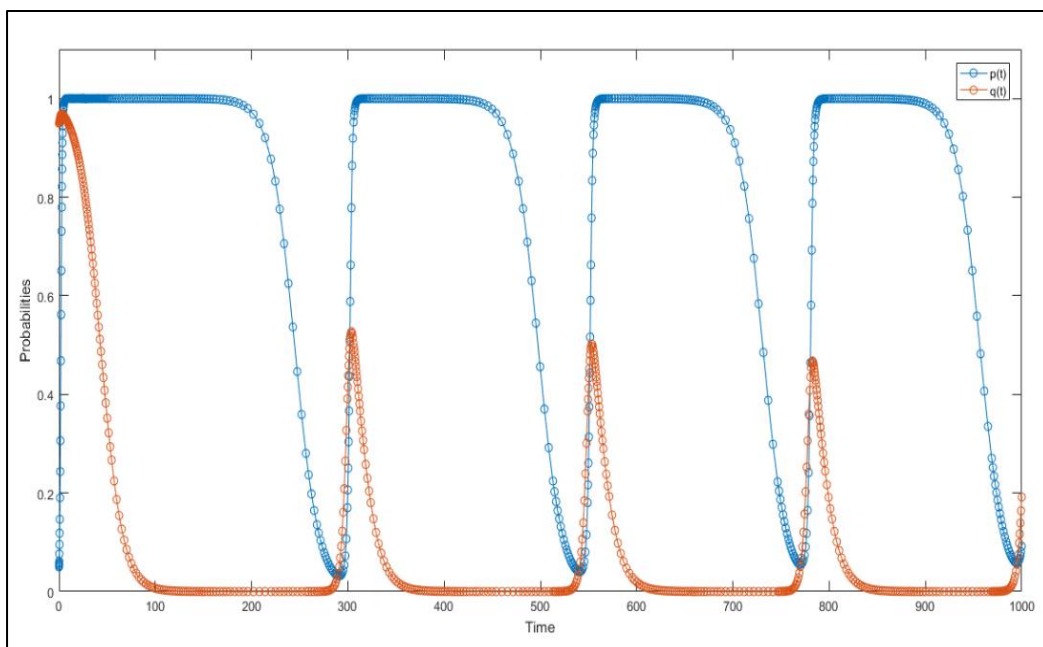
#### Solução Numérica

Adicionalmente, o sistema de equações diferenciais (20) dos replicadores dinâmicos foi resolvido através de soluções numéricas, utilizando a ferramenta *MatLab*. Pode-se verificar graficamente que, conforme o resultado analítico, o sistema não converge para nenhum ponto estacionário, mas fica girando em torno de uma órbita fechada quando o custo de fiscalização é intermediário, ou seja, maior do que zero e menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ .

Fazendo  $k = 1$  e  $\bar{\beta} = 2$  (sem perder a generalidade desses parâmetros), condições iniciais que representam um cenário de baixa fiscalização ( $p=0.05$ ) e severa *pollution trap* ( $q=0.95$ ), o sistema foi resolvido considerando três diferentes níveis de custo de fiscalização, todos limitados ao limite de custo  $\bar{c}$ : 5%, 50% e 90% deste custo. Em todos estes cenários pode-se perceber a característica cíclica do sistema, porém cada um apresenta sua particularidade em função dos diferentes custos de inspeção.

A figura 05 mostra a solução numérica quando o custo de fiscalização é de 5% do limite de custo  $\bar{c}$ . Percebe-se que, neste caso, a proporção de auditores que fiscaliza oscila praticamente entre zero e 100%, enquanto a proporção de firmas “No CSR” oscila a níveis mais baixos, alcançando uma proporção máxima em torno de 50%. Percebe-se também que, como o custo de inspeção é muito baixo, a proporção  $p(t)$  permanece grande parte do tempo muito próxima de 100% mesmo a proporção  $q(t)$  permanecendo muito próxima de zero.

Isto significa que, quando o custo de fiscalização é muito baixo, o instrumento de política ambiental adotado é eficaz para superar a severa condição de *pollution trap*. O aumento repentino de firmas “No CSR” provocado pelo relaxamento da fiscalização é rapidamente revertido pela pronta retomada da mesma, visto que inspecionar as firmas não é significativamente custoso para o auditor. Isto faz com que a fiscalização permaneça elevada e a proporção de firmas poluidoras permaneça muito baixa a maior parte do tempo.

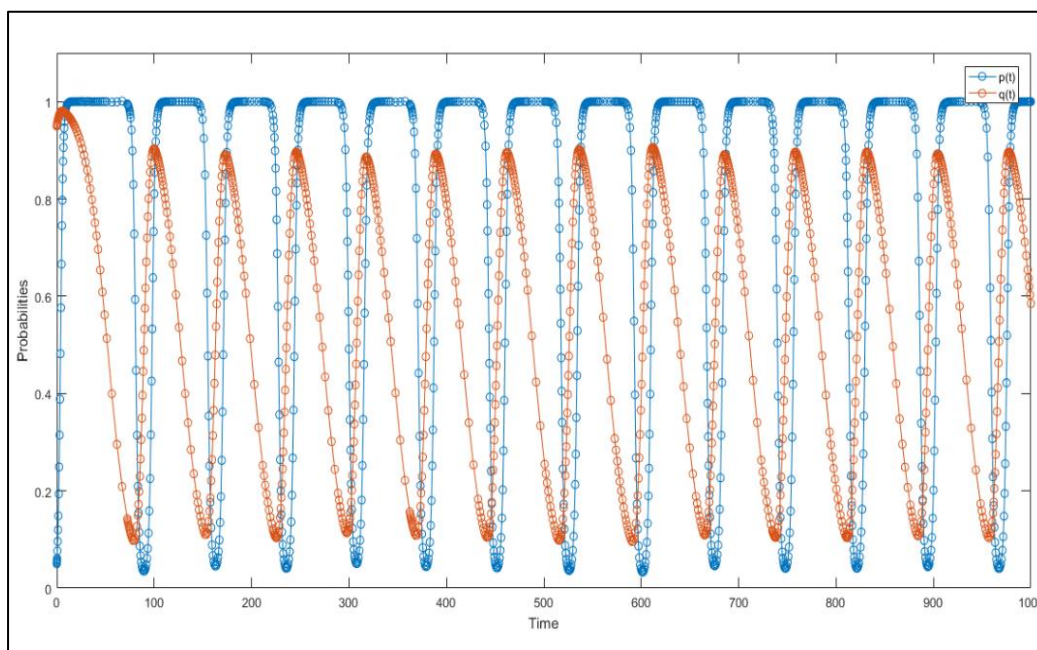


**Figura 05 – Solução numérica da evolução das proporções de Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) quando o custo de inspeção é igual a 5% de  $\bar{c}$ .**

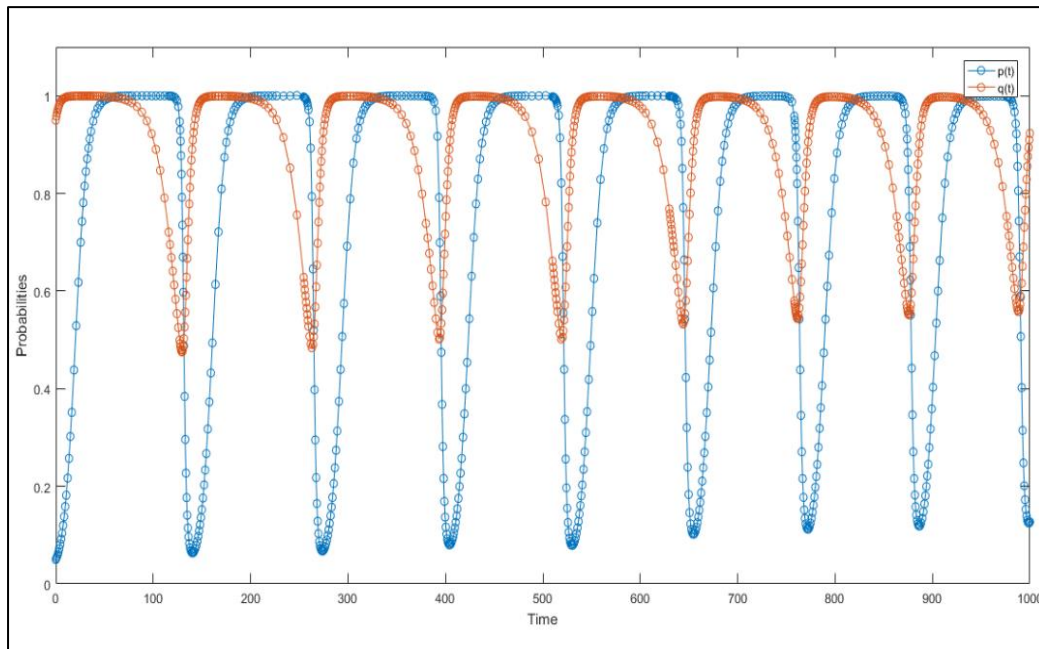
Ao aumentarmos o custo de fiscalização para 50% do limite de custo  $\bar{c}$ , percebemos através da figura 06 que a proporção de auditores que fiscaliza permanece, praticamente, oscilando entre os mesmos valores enquanto  $q(t)$  oscila a níveis mais altos, chegando a alcançar valores máximos de 90% de firmas “No CSR”. Sendo assim, percebe-se uma rápida e constante mudança de estratégia de ambos jogadores ao longo do tempo para este nível de custo de fiscalização.

Neste caso, os auditores iniciam uma rígida fiscalização provocando a diminuição da proporção de firmas “No CSR”. Como o custo de inspeção não é tão pequeno, passam pouco tempo mantendo esta fiscalização mais severa e, com isto, estimulam as firmas a poluir. Isto força com que os auditores voltem a fiscalizar de maneira mais rigorosa e, de imediato, as empresas passam a poluir menos, reiniciando o ciclo.

A figura 07, que apresenta um custo de fiscalização ainda maior (de 90% do limite de custo  $\bar{c}$ ), mostra que este alto custo faz com que a proporção de firmas “No CSR” oscile a níveis mais altos ainda, atingindo um nível máximo muito próximo a 100% e um mínimo pouco abaixo de 50%. Embora esse custo seja elevado, o auditor precisa manter a inspeção severa na maior parte do tempo para inibir ao máximo que as firmas optem por poluir demasiadamente. Porém, neste cenário percebemos que as proporções de firmas “No CSR” permanece muito próxima de 100% a maior parte do tempo.



**Figura 06 – Solução numérica da evolução das proporções de Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) quando o custo de inspeção é igual a 50% de  $\bar{c}$ .**



**Figura 07 – Solução numérica da evolução das proporções de Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) quando o custo de inspeção é igual a 90% de  $\bar{c}$ .**

Percebe-se que, para todos os níveis de custo de fiscalização considerados, inicia-se com uma acentuada fiscalização pelo fato da condição inicial considerar a existência de muitas empresas optando por serem “No CSR”. O aumento repentino de fiscalização faz com que as firmas tenham que rever as suas estratégias, aumentando a proporção de empresas “CSR”. Porém, o aumento deste tipo de empresa causa um relaxamento da fiscalização e, por isto, percebemos que a proporção das firmas “No CSR” volta a aumentar e que não há um equilíbrio estável de longo prazo na interação desses agentes.

Comparando as figuras 05, 06 e 07 podemos perceber que, quanto mais alto o custo de fiscalização, mais alto também são os níveis por onde oscila a proporção de firmas que escolhem ser “No CSR”. Este resultado também pode ser visto através da análise do ponto médio de equilíbrio neutramente estável ao redor do qual oscila a proporção de firmas poluidoras:

$$q^* = \frac{4c(1+\bar{\beta}^2)}{k^2\bar{\beta}^5}$$

$$\frac{\partial q^*}{\partial c} > 0 \text{ para } \bar{\beta} > 0.$$

Esse resultado é conhecido na literatura e também é demonstrado por Barreira da Silva Rocha (2013), onde o custo de aprendizagem de uma cultura nativa por uma população de imigrantes influencia em uma maior ou menor aceitação destes. Neste caso, o trabalho mostra que os imigrantes não se tornarão culturalmente aceitos a menos que o custo da aprendizagem da cultura local seja baixo e, quanto mais alto é este custo, maior a proporção média da população de nativos nacionalistas.

## 4.2 População Espacial

Na seção anterior demonstrou-se de forma analítica e através de método numérico que, quando o custo de fiscalização é maior do que zero e menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ , o jogo em questão, analisado sob a ótica do replicador dinâmico, não apresenta um equilíbrio estável no longo prazo quando as populações são bem misturadas, ou seja, quando um jogador de uma população pode interagir com qualquer outro jogador da população adversária. Isto significa que, para esta faixa de custo, consegue-se melhorar o cenário de *pollution trap* por um determinado período de tempo, mas o efeito da política ambiental proposta é temporário. Forma-se um ciclo que se repete ao longo do tempo onde o aumento da fiscalização faz com que as firmas deixem de ser “No CSR”, porém a percepção desta diminuição de firmas poluidoras estimula um relaxamento da fiscalização e, quando esta diminui, as firmas voltam a ser “No CSR”.

Buscaremos verificar se esta instabilidade também ocorre quando consideramos que as populações são distribuídas espacialmente e as interações entre os agentes das diferentes populações só acontecem dentro de um determinado raio de vizinhança. Com isto, estamos considerando que os fiscais não possuem competência para fiscalizar firmas que não estejam em sua vizinhança ou que não estão comprometidos com o bem estar social fora desta vizinhança. Além disto, significa também que as firmas não possuem mais características de multinacionais, com informação global, limitando-se a terem informações apenas de firmas que estejam dentro dessa vizinhança. Neste caso, utilizaremos o conceito de vizinhança local reproduzida através de simulação por agente, conforme apresentado na seção 2.3.2 deste trabalho.

No primeiro momento, faremos essa análise considerando que a política ambiental determina uma alocação descentralizada de recursos, ou seja, considerando que a fiscalização não se inicia em uma região específica, mas ocorre de forma aleatória em qualquer posição da matriz. Queremos dizer com isto que não há uma localização espacial específica que favoreça ou não o início da fiscalização.

Em seguida consideraremos ao contrário, ou seja, que a política determina uma alocação concentrada de recurso e a fiscalização é iniciada por uma determinada região. Com isto será possível comparar se existe diferença significativa entre iniciar a fiscalização de forma concentrada ou não e qual seria a melhor forma de iniciar a fiscalização considerando uma condição inicial de baixa inspeção, severa *pollution trap* e diferentes níveis do custo de fiscalização.



### 4.2.1 Fiscalização inicial descentralizada

Cada população foi representada, aqui, por uma matriz  $100 \times 100$  onde as respectivas populações foram distribuídas espacialmente e de forma aleatória. Isto significa que a fiscalização se inicia de forma descentralizada, onde não há uma alocação concentrada desse recurso, e que uma firma pode escolher ser “CSR” independente da sua localização espacial (não há uma localização espacial específica que favoreça uma firma ser ou não “CSR”).

Considerou-se que as interações entre os agentes só acontecem dentro de um determinado raio de vizinhança  $r = 1$ , supondo, como dissemos, que a competência ou o comprometimento dos fiscais com o bem estar social se dá apenas com os seus vizinhos imediatos e que as firmas atuam apenas localmente, ou seja, não são globais.

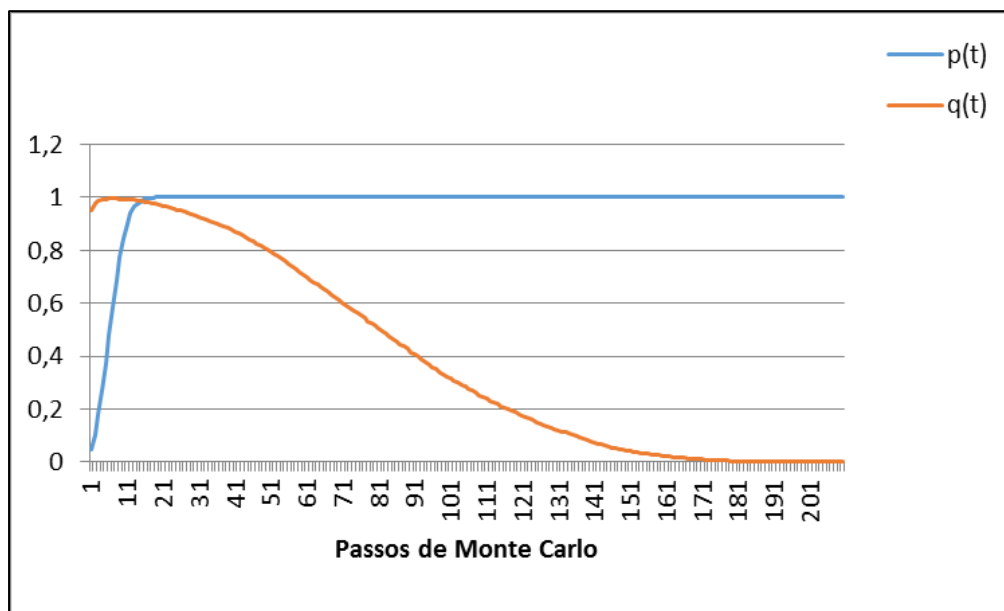
Tratando-se de um jogo entre duas diferentes populações, a simulação considera que há dois agentes ocupando cada posição da rede matricial (um de cada população). Sendo assim, será considerado que o jogador de uma população irá interagir com seus vizinhos imediatos (localizados ao norte, sul, leste e oeste deste jogador) e com o jogador da outra população que ocupa a sua mesma posição na matriz, totalizando a interação com 5 (cinco) vizinhos. O mecanismo utilizado para a atualização das estratégias destas populações será a simulação assíncrona.

Seguiremos considerando  $k = 1$  e  $\bar{\beta} = 2$  (sem perder a generalidade desses parâmetros) e as condições iniciais de  $p = 0.05$  e  $q = 0.95$ , representando uma severa *pollution trap* e um baixo nível de fiscalização. As simulações foram realizadas um número suficiente de vezes para garantir a convergência dos resultados. Também foram simulados cenários com diferentes níveis de custo de fiscalização, todos menores que o limite de custo  $\bar{c}$ .

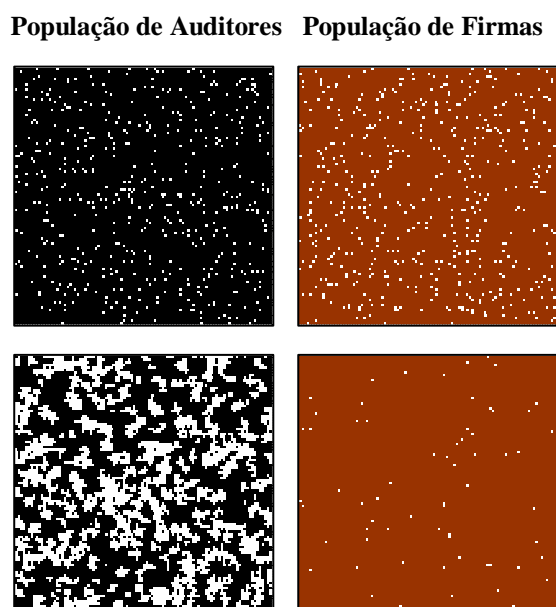
A figura 08 apresenta a evolução das proporções de auditores que fiscalizam e de firmas “No CSR” dessa simulação espacial considerando o custo de inspeção igual a 5% do limite de custo  $\bar{c}$ . Percebe-se que o baixo nível de fiscalização estimula o aumento da proporção de firmas que poluem, aumentando a severidade da *pollution trap* nos primeiros passos. Porém, como o custo de inspeção é muito baixo, esta condição faz com que a fiscalização aumente de uma forma muito acentuada e, rapidamente, a totalidade de auditores opte por fiscalizar enquanto a grande maioria das firmas ainda é “No CSR”. Com todos os auditores fiscalizando, as firmas começam a mudar de estratégia e, em poucos passos, temos o equilíbrio assintótico onde todos fiscalizam e nenhuma firma opta por ser “No CSR”.

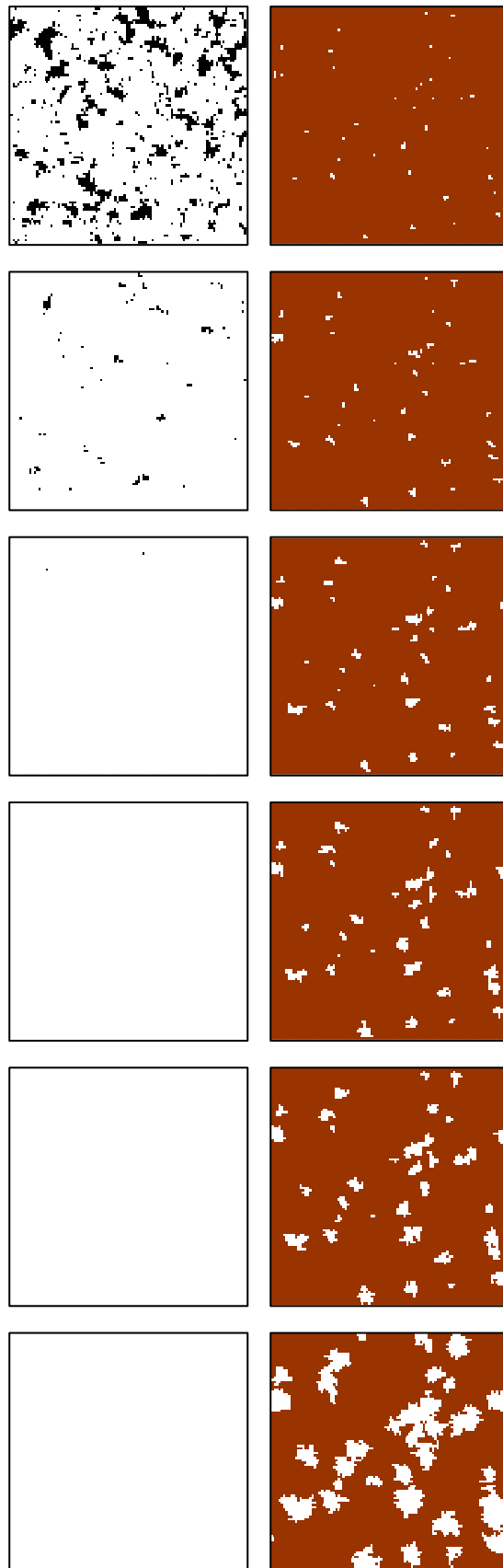
A figura 09 mostra como as respectivas populações evoluem espacialmente, ainda considerando o custo de inspeção igual a 5% do limite de custo  $\bar{c}$ . A proporção de auditores que fiscalizam será representada pela cor branca enquanto a proporção de firmas “No CSR” será representada pela cor marrom. Em

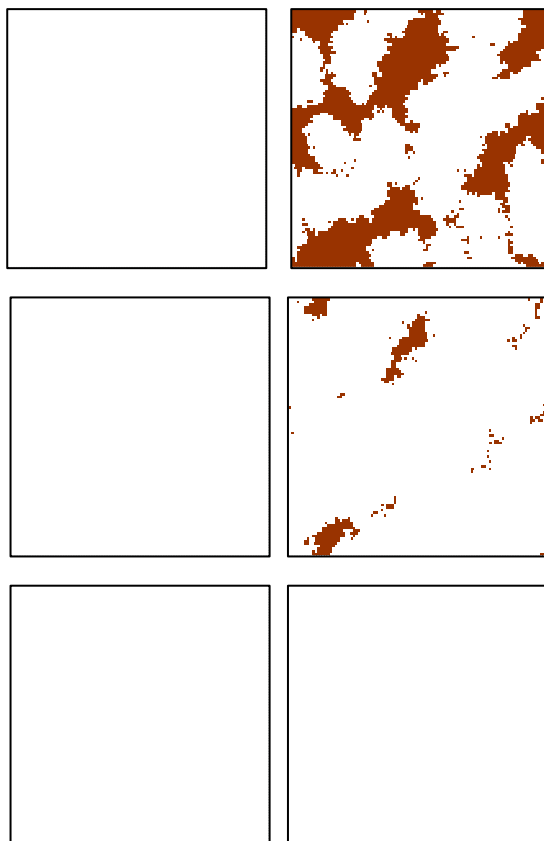
contrapartida, a proporção de auditores que não fiscalizam está representada pela cor preta e a proporção de firmas “CSR” representada pela cor branca. A cada passo de Monte Carlo, as representações matriciais da população de auditores serão apresentadas à esquerda da figura, enquanto as representações matriciais da população de firmas serão apresentadas à direita.



**Figura 08 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 5\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção descentralizada.**







**Figura 09 - Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 100, 150, 200 quando  $c = 5\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção descentralizada.**

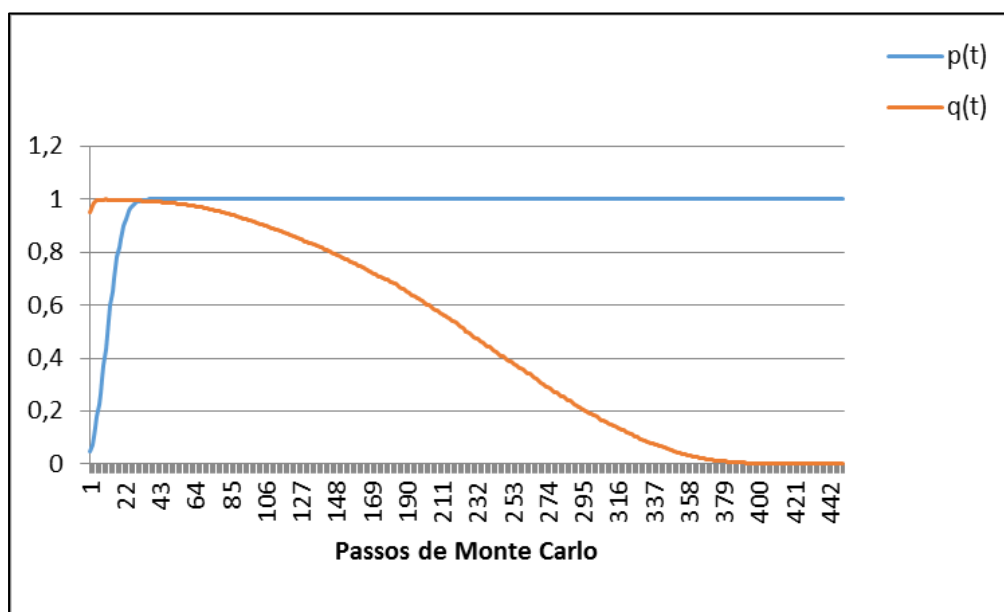
Percebe-se através da figura 09 como a proporção de fiscalização cresce de forma acentuada, estimulada pelo alto número de firmas poluidoras, formando inúmeros *clusters* que vão se espalhando por toda região espacial. Com o baixo custo de fiscalização, o vigésimo quinto passo já apresenta a totalidade de auditores fiscalizando e, com isto, é possível reverter, ao longo do tempo, a severa condição de *pollution trap* para o equilíbrio onde todos os auditores fiscalizam e nenhuma firma opta por ser “No CSR”.

A figura 10 apresenta a evolução das proporções considerando um custo um pouco mais alto de fiscalização, igual a 50% do limite de custo  $\bar{c}$ . Percebe-se que a severa condição de *pollution trap* faz com que a fiscalização aumente de uma forma muito acentuada e esta estratégia atinge a totalidade de auditores antes de todas as firmas optarem por ser “No CSR”. Com todos os auditores fiscalizando, as firmas começam a mudar de estratégia e novamente, em poucos passos, temos o equilíbrio assintótico onde todos fiscalizam e nenhuma firma opta por ser “No CSR”.

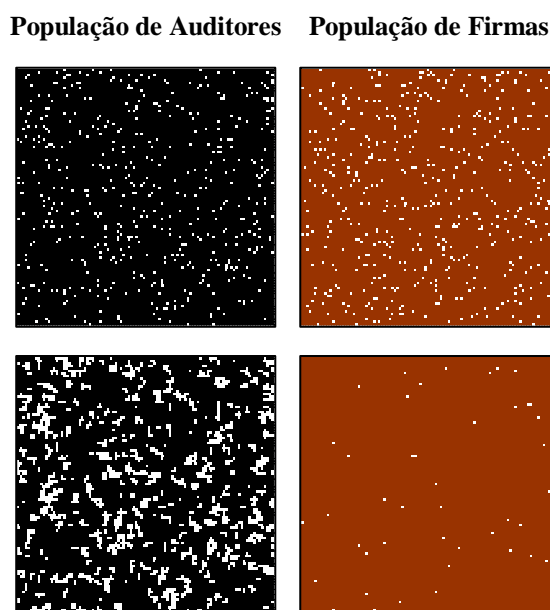
A figura 11 apresenta um comportamento muito parecido ao da figura 09. Porém, com o custo de fiscalização mais alto, percebe-se que a totalidade de auditores fiscalizando demora um pouco mais para ocorrer, apenas após passo de número 50. Embora o custo de fiscalização tenha aumentado de forma significativa, a implementação da fiscalização descentralizada tornou possível

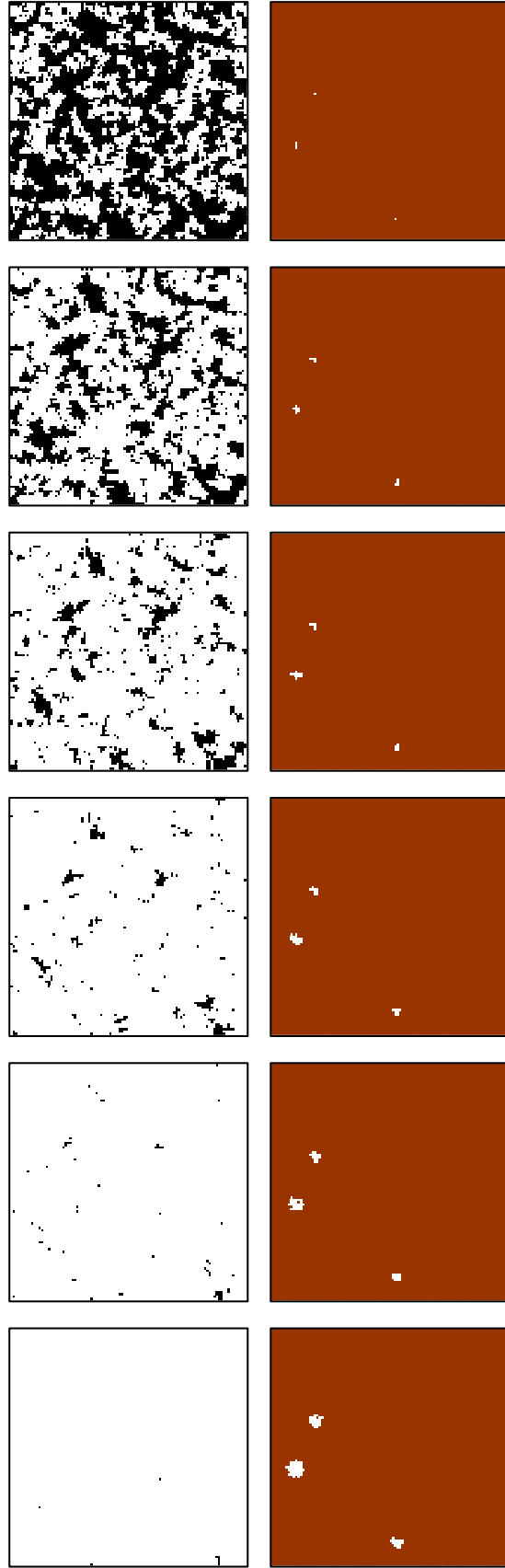
reverter a severa condição de *pollution trap* para o equilíbrio onde todos os auditores fiscalizam e nenhuma firma opta por ser “No CSR”, considerando a situação apresentada.

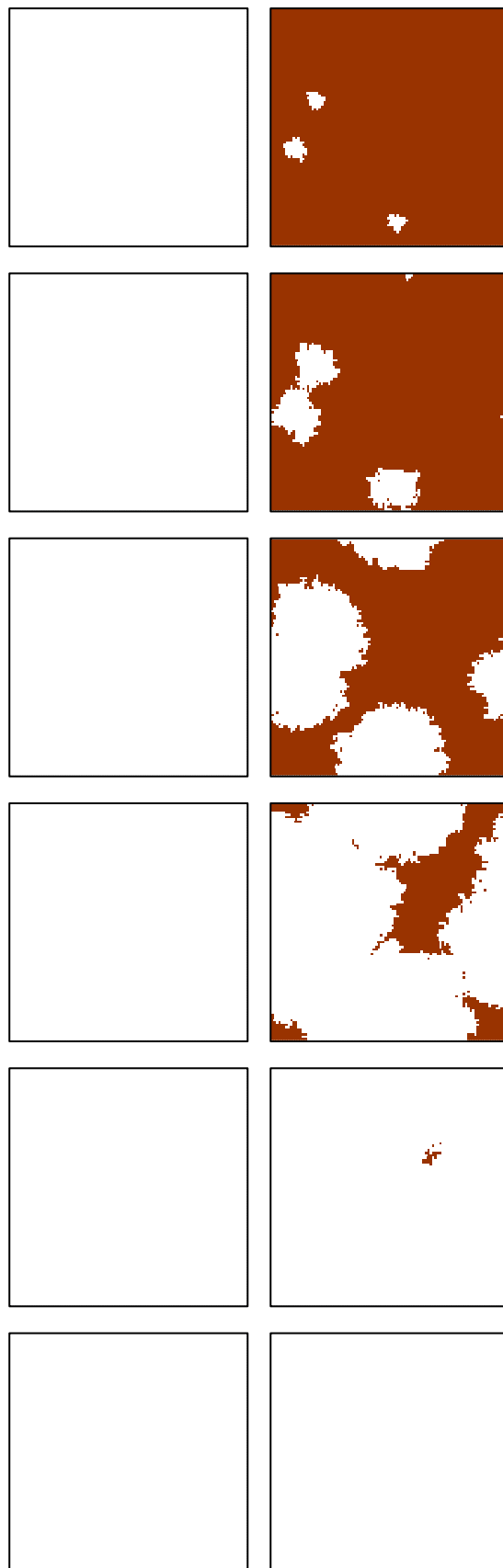
Elevando o nível do custo de fiscalização para 75% do limite de custo  $\bar{c}$ , as figuras 12 e 13 mostram que este elevado custo faz com que o aumento da fiscalização se torne menos acentuado. Com pouca fiscalização, percebe-se que rapidamente todas as empresas são levadas a optar por serem “No CSR” e, com isto, não se torna mais possível reverter o cenário de severa *pollution trap*.



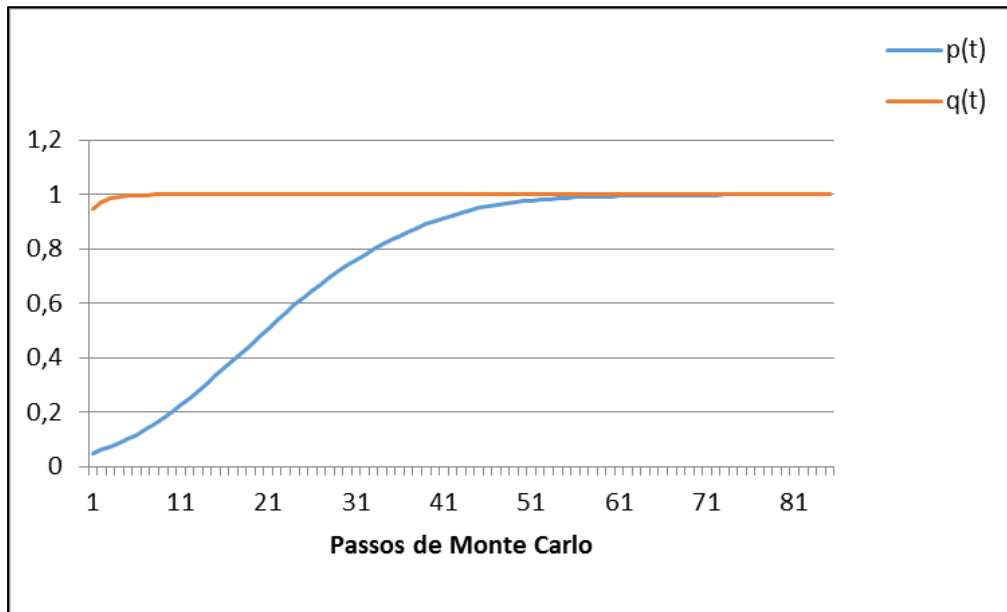
**Figura 10 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 50\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção descentralizada.**



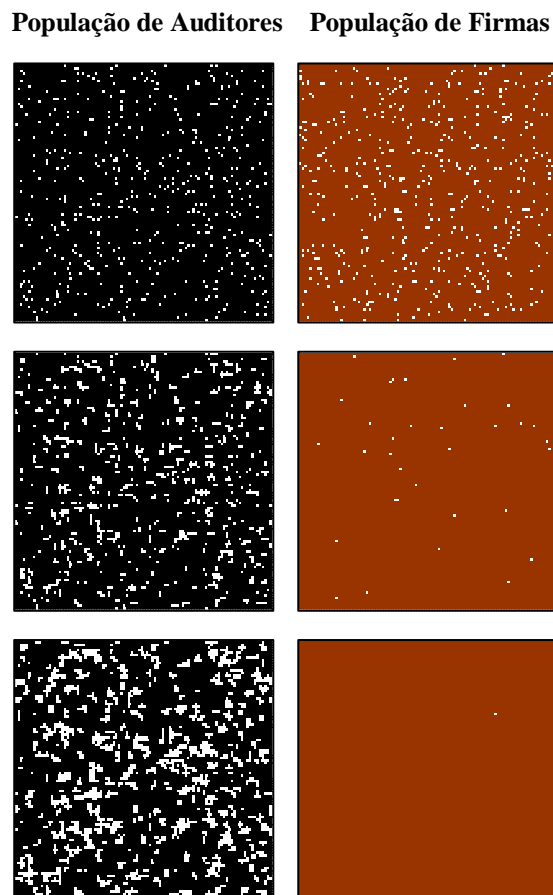




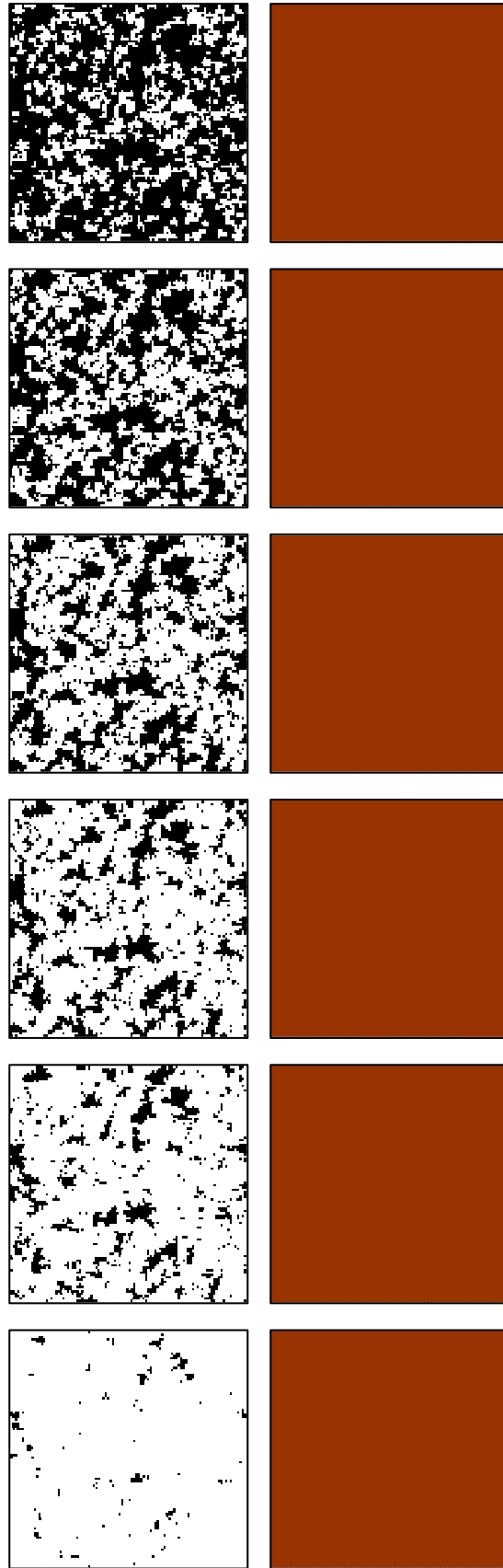
**Figura 11 - Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 50, 100, 200, 300, 400, 450 quando  $c = 50\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção descentralizada.**

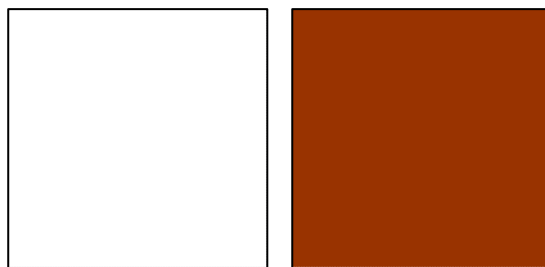


**Figura 12 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 75\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção descentralizada.**









**Figura 13 - Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 50, 100, quando  $c = 75\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção descentralizada.**

Percebe-se que a estrutura espacial das populações, distribuídas inicialmente de forma aleatória, contribui para que haja um equilíbrio no longo prazo. Quando o custo de fiscalização é baixo, há efeito na implantação da política ambiental e o equilíbrio de longo prazo conta com auditores que fiscalizam e empresas que optam por ser “CSR”. Porém, ao contrário, quando o custo de fiscalização se eleva demasiadamente, percebe-se que a essa política não surge efeito, pois no longo prazo apenas as empresas que optam por ser “No CSR” sobrevivem.

Sendo assim, pode-se observar que, quando o custo de fiscalização é maior do que zero e menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ , a situação de *pollution trap* só é revertida pela implementação da política ambiental de comando e controle proposta quando as populações encontram-se espacialmente distribuídas, de forma aleatória, e o custo de fiscalização é limitado a um certo valor maior do que 50% e menor do que 75% deste limite. Caso contrário, ou seja, se o custo de fiscalização for elevado, a política ambiental proposta não se mostra eficiente para reverter essa situação.

Buscando ter uma melhor ideia do percentual máximo do limite de custo  $\bar{c}$  que faz com que a política ambiental seja eficiente, ou seja, consiga encaminhar para o equilíbrio onde nenhuma firma escolhe ser “No CSR”, essas mesmas simulações foram feitas considerando outros níveis de custo: 55%, 60%, 65% e 70% do limite de custo  $\bar{c}$ . Foram feitas 30 (trinta) simulações para cada um desses cenários e a tabela 01 mostra a distribuição dos equilíbrios de longo prazo alcançados para cada nível de custo.

**Tabela 01 - distribuição dos equilíbrios de longo prazo alcançados para cada nível de custo.**

% de $\bar{c}$	EE (1,0)	EE (1,1)
55%	100%	0%
60%	93%	7%
65%	67%	33%
70%	40%	60%

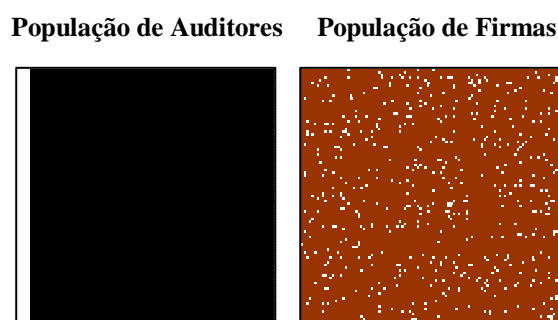
A tabela 01 mostra que o percentual máximo do limite de custo  $\bar{c}$  que garante a eficiência da política é maior ou igual a 55% e menor que 60% desse custo. Para este último percentual, já se tem aproximadamente 7% de chance do equilíbrio de longo prazo ser formado por auditores que fiscalizam e firmas que optam por ser “No CSR”. Porém, se o custo de fiscalização for até 55% do limite de custo  $\bar{c}$ , garante-se que essa política é eficiente para as condições apresentadas.

#### 4.2.2 Fiscalização inicial centralizada

Adicionalmente, considerou-se a hipótese da política proposta começar a ser implementada de forma mais concentrada, como se iniciasse por uma determinada região mais propensa a fiscalização. Desta forma, a simulação considerou que cada população continua sendo representada por uma matriz 100 x 100, onde as respectivas populações são distribuídas espacialmente. Porém, neste caso, apenas a população de firmas é aleatoriamente distribuída. A população de auditores será inicialmente formada por dois *clusters*: o primeiro de auditores que adotam a estratégia de fiscalizar e o segundo dos que adotam a estratégia de não fiscalizar. Continuaremos considerando que as interações entre os agentes só acontecem dentro de um determinado raio de vizinhança  $r = 1$ , quando o jogador focal só interage com seus 5 (cinco) vizinhos imediatos: localizados ao norte, sul, leste, oeste deste jogador e com o jogador da outra população que ocupa a sua mesma posição na matriz.

A figura 14 mostra a distribuição inicial de cada população, evidenciando que os auditores que optam por fiscalizar foram alocados de forma concentrada nas primeiras colunas da matriz (que representa uma faixa da toróide) e estão representados pela cor branca. Os auditores que optam por não fiscalizar foram alocados nas demais colunas e estão representados pela cor preta. Mostra também que a distribuição espacial da população de firmas continua sendo aleatória, onde a estratégia “No CSR” é representada pela cor marrom e a “CSR” pela cor branca.

A cada passo de Monte Carlo, as representações matriciais da população de auditores serão apresentadas à esquerda, enquanto as representações matriciais da população de firmas serão apresentadas à direita.

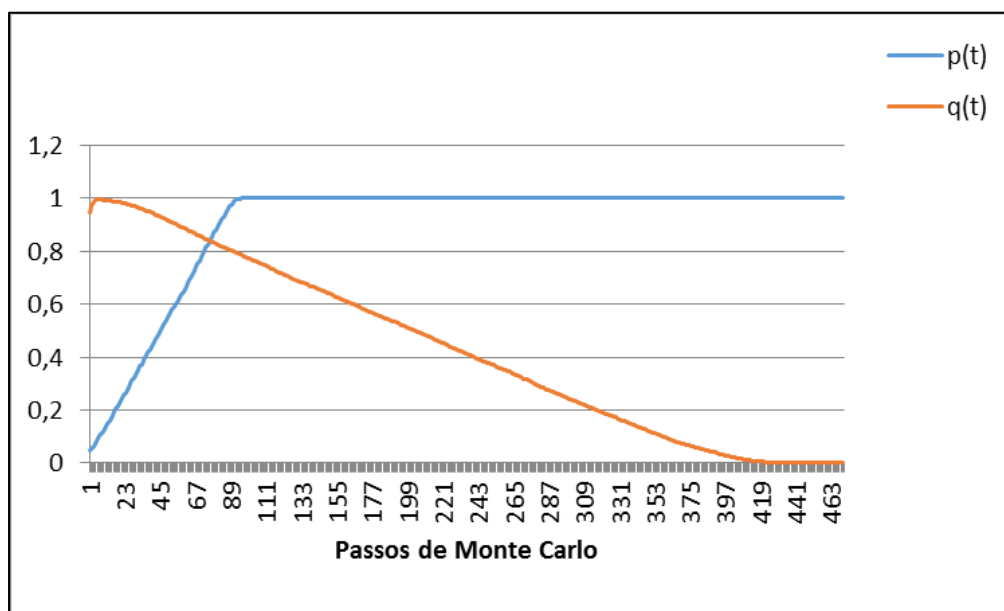


**Figura 14 – Distribuição inicial das populações de auditores e firmas na simulação espacial – inspeção centralizada.**

Seguiremos considerando  $k = 1$  e  $\bar{\beta} = 2$  (sem perder a generalidade desses parâmetros) e as condições iniciais de  $p = 0.05$  e  $q = 0.95$ , representando uma severa *pollution trap* e um baixo nível de fiscalização. As simulações foram realizadas um número suficiente de vezes para garantir a convergência dos resultados. Também foram simulados cenários com diferentes níveis de custo de fiscalização, todos menores que o limite de custo  $\bar{c}$ .

Considerando o custo de inspeção igual a 5% do limite de custo  $\bar{c}$ , a figura 15 mostra que o equilíbrio de longo prazo convergiu para o cenário onde todos os auditores escolhem fiscalizar e todas as firmas sobreviventes são “CSR”, ou seja, para o equilíbrio (1,0). O baixo nível de fiscalização estimula o aumento da proporção de firmas que poluem, aumentando a severidade da *pollution trap* nos primeiros passos. Porém, como o custo de inspeção é muito baixo e a proporção de firmas “No CSR” é alta, esta condição faz com que a fiscalização aumente, fazendo com que a totalidade de auditores opte por fiscalizar enquanto a maioria das firmas ainda é “No CSR”.

Após o pequeno aumento da proporção de firmas poluidoras nos primeiros passos, a maior fiscalização faz com que esta decaia gradativamente. Como o custo de inspeção é baixo, os auditores conseguem manter a fiscalização mesmo com o declínio da proporção de firmas “No CSR”. Isto faz com que os auditores que fiscalizam atinjam a totalidade da população, impedindo com que as firmas poluidoras consigam reverter a tendência de queda. Sendo assim, no longo prazo temos o equilíbrio assintótico onde todos fiscalizam e nenhuma firma opta por ser “No CSR”.

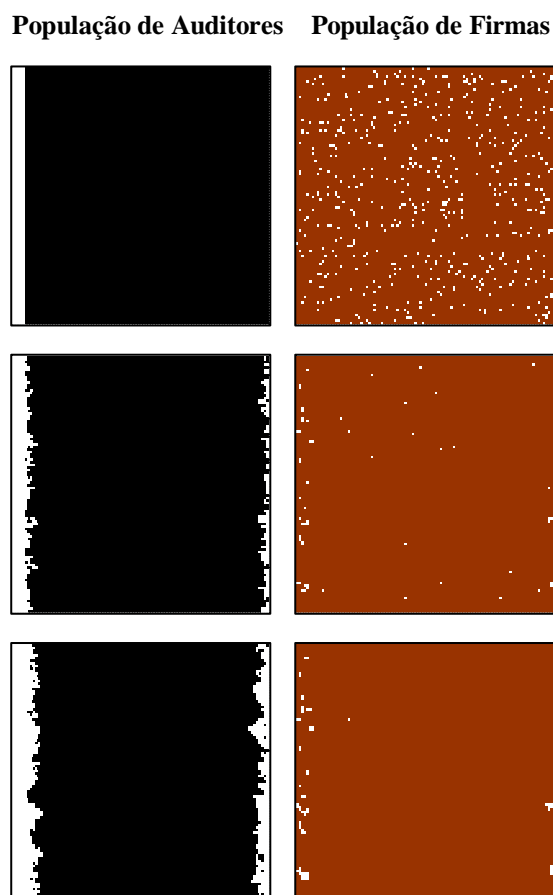


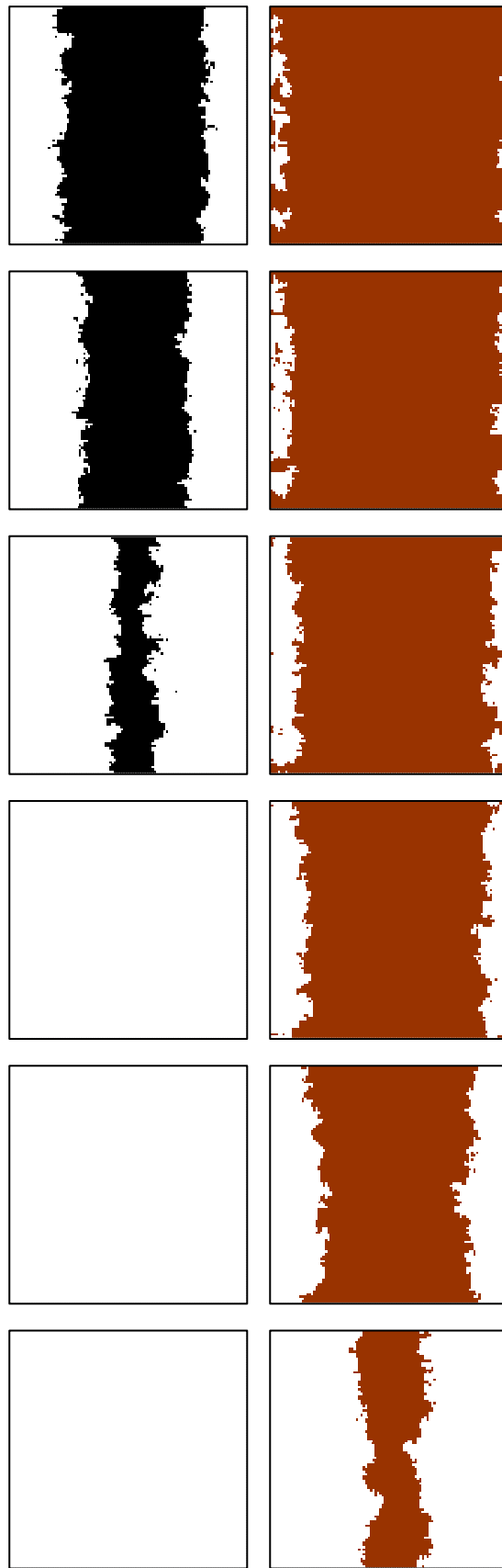
**Figura 15 – Evoluções das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 5\%$  do limite de custo  $\bar{c}$  – fiscalização inicial centralizada.**

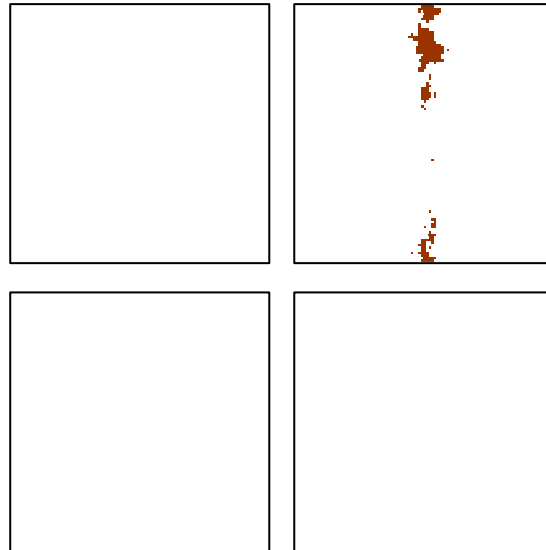
A figura 16 mostra que o pequeno *cluster* inicial de auditores que fiscaliza é gradativamente expandido ao longo do tempo, evidenciando o aumento gradual da fiscalização nas fronteiras dessa região. Isto faz com que também se formem, ao longo do tempo, *clusters* na população de firmas e a região de empresas “CSR” vai gradativamente crescendo à medida que a estratégia de fiscalizar vai tomando conta da população de auditores. Como o custo de inspeção é muito baixo, não há um relaxamento da fiscalização mesmo quando a proporção de firmas “No CSR” alcança baixos níveis, fazendo com que, no longo prazo, a totalidade de auditores fiscalizem e nenhuma firma opte por ser poluidora.

Sendo assim, percebe-se que, quando o custo de inspeção é de 5% do limite de custo  $\bar{c}$ , o equilíbrio de longo prazo alcançado é o mesmo nos dois casos propostos para início da fiscalização: desconcentrada ou concentrada. Em ambos os casos a política ambiental proposta se mostra eficiente para reverter a condição inicial de severa *pollution trap* e baixa fiscalização e fazer com que nenhuma firma escolha ser “No CSR”.

Porém, comparando os resultados mostrados pelas figuras 08 e 15, percebemos que, quando a fiscalização se inicia de forma centralizada para esse baixo nível de custo de inspeção, a proporção de fiscalização cresce de forma mais acentuada nos primeiros passos, fazendo com que a população de firmas “No CSR” seja totalmente eliminada em menos tempo. Por isto podemos considerar que, neste caso, é preferível iniciar a fiscalização de forma descentralizada.

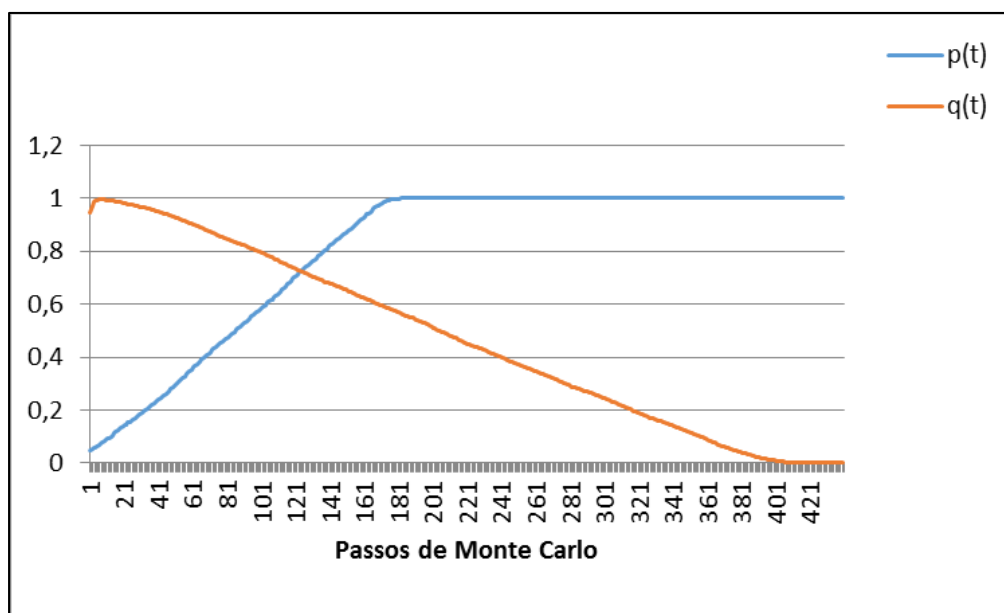






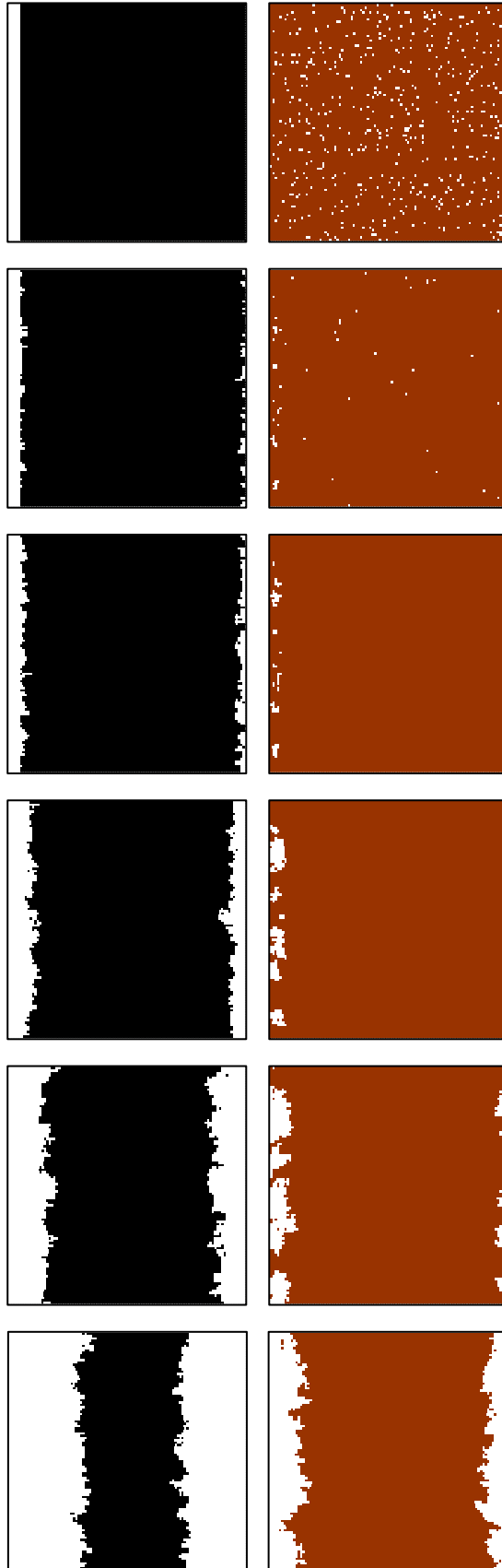
**Figura 16 - Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 25, 50, 75, 100, 150, 300, 400, 500 quando  $c = 5\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada.**

Verificamos que a mesma coisa ocorre quando elevamos o nível do custo de inspeção para 50% do limite de custo  $\bar{c}$ , mantendo as mesmas condições iniciais: o equilíbrio de longo prazo alcançado é o mesmo nos dois casos propostos para início da fiscalização (desconcentrada ou concentrada), ocorrendo no cenário onde todos os auditores fiscalizam e nenhuma empresa opta por ser “No CSR”, no ponto (1,0). A comparação entre as figuras 10 e 17 mostra que, para este nível de custo de inspeção, também é preferível iniciar a fiscalização de forma descentralizada para que a população de firmas poluidoras seja totalmente eliminada em menos tempo.

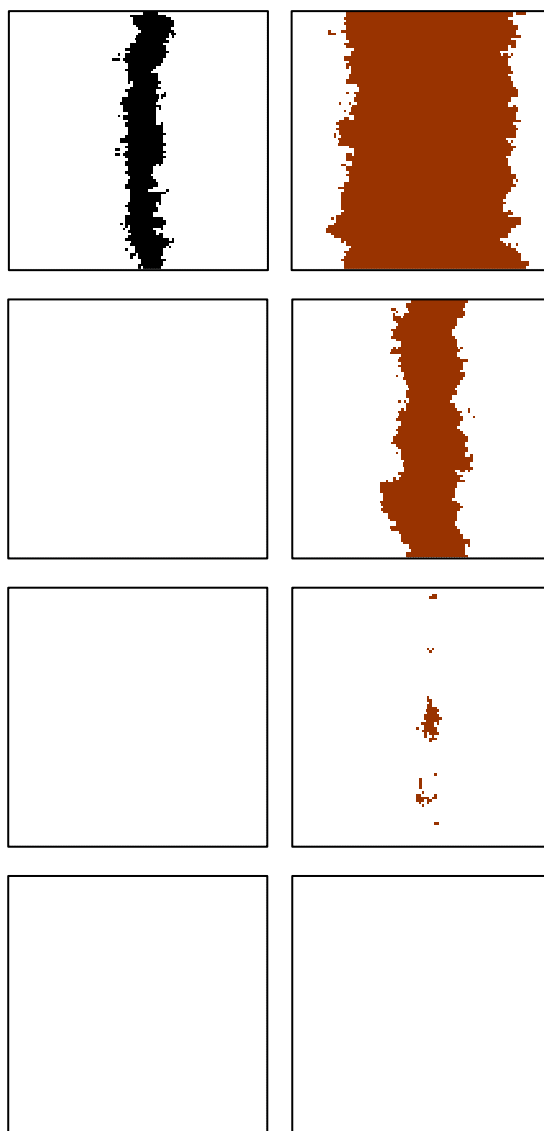


**Figura 17 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 50\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada.**

**População de Auditores**    **População de Firmas**







**Figura 18 - Passos de Monte Carlo 1, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 300, 400, 500, quando  $c = 50\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada.**

Quando elevamos o custo de inspeção para 75% do limite de custo  $\bar{c}$ , a figura 19 mostra o sistema não apresenta mais um equilíbrio de longo prazo, tornando-se instável. Este alto custo provoca o relaxamento da fiscalização quando a proporção de firmas “No CSR” atinge níveis um pouco mais baixos. Afrouxando a fiscalização, as empresas voltam a optar por poluir e isto, por sua vez, força com que os auditores voltem a fiscalizar, reiniciando o ciclo. O efeito da política torna-se temporário e não consegue fazer com que os níveis de empresas poluidoras atinjam níveis muito menores do que 50% da população de firmas optando por ser “No CSR”.

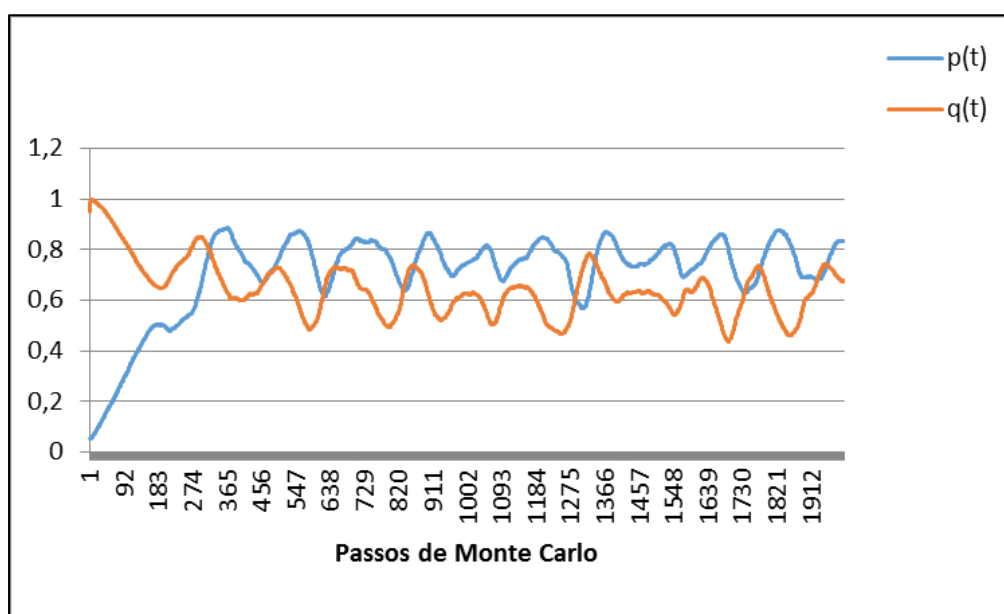
Apesar disto, os resultados apresentados pelas figuras 19 e 20 mostram que, apesar da instabilidade, quando o custo de inspeção se eleva demasiadamente, iniciar a fiscalização de forma concentrada é uma forma de impedir com que todas as firmas escolham ser “No CSR” no longo prazo, caso

este que ocorre quando, para esse nível de custo, inicia-se a fiscalização de forma descentralizada.

As figuras 21 e 22 evidenciam que, mesmo quando o custo de fiscalização aumenta para 90% do limite de custo  $\bar{c}$ , a fiscalização inicial centralizada consegue reverter o cenário provocado por este alto custo e fiscalização inicial descentralizada, quando todas as firmas escolhem ser “No CSR”. Neste caso, a proporção de firmas poluidoras, no longo prazo, fica oscilando em torno de 80% da população de firmas optando por ser “No CSR”.

Sendo assim, considerando as condições iniciais de severa *pollution trap* e baixa fiscalização, a alternativa para impedir com que o equilíbrio se encaminhe para o caso onde todas as firmas se tornam poluidoras por conta do alto custo de inspeção, é iniciar a fiscalização por uma determinada região, ou seja, de forma centralizada.

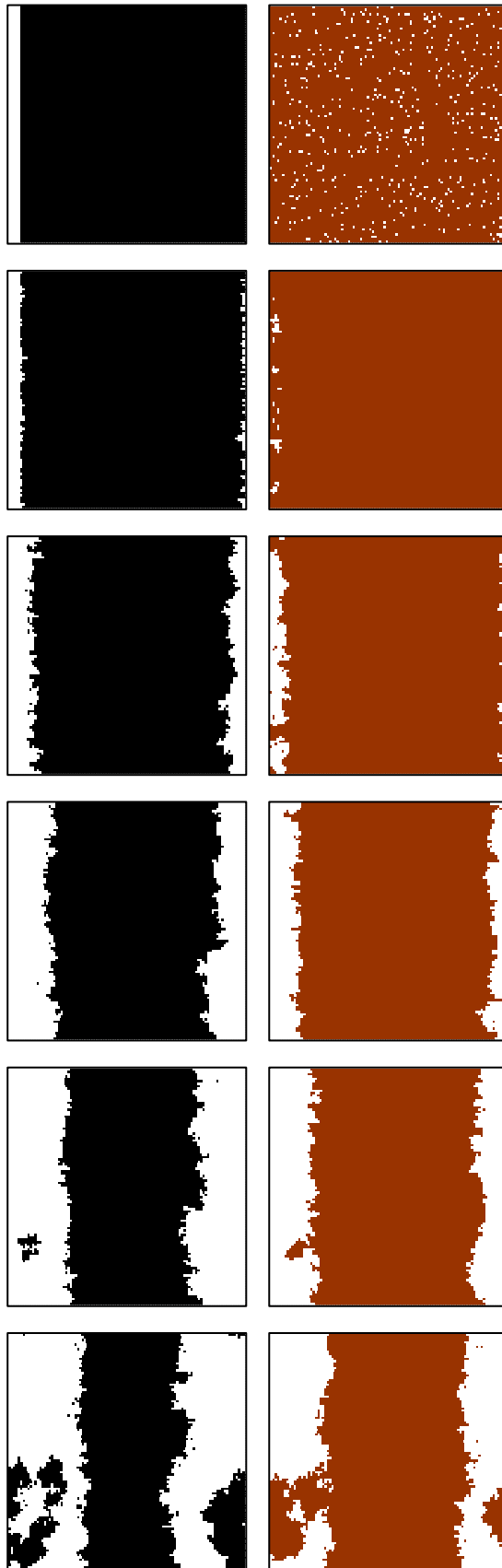
Observa-se, então, que a presença de *clusters* na estruturação da população espacial de auditores introduziu uma certa instabilidade no sistema quando os custos de inspeção são mais elevados. A comparação entre a estrutura espacial distribuída de forma aleatória (fiscalização inicial descentralizada) e a segunda estrutura espacial simulada (fiscalização inicial centralizada) mostrou que, se o custo de fiscalização é maior do que 55% do limite  $\bar{c}$ , é preferível implementar a política ambiental de forma concentrada, criando inicialmente um *cluster* espacial de auditores que adotam a estratégia de fiscalizar. Caso contrário, deve-se iniciar a fiscalização de forma descentralizada, distribuindo a população de auditores aleatoriamente e, com isto, fazer com que a fiscalização aumente de forma mais rápida e demore menos tempo para que todas as firmas optem por ser “CSR”.

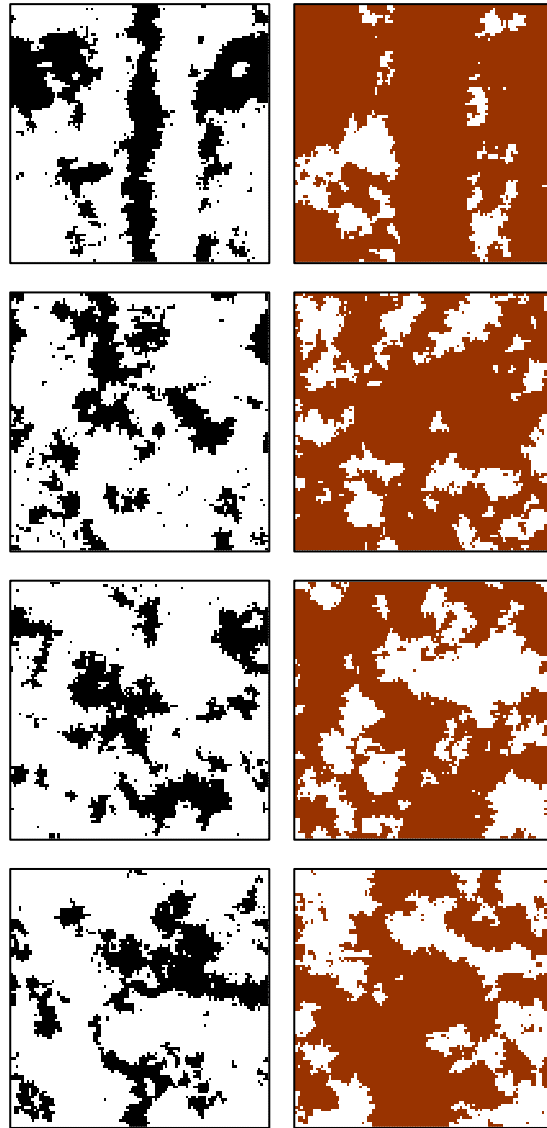


**Figura 19 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 75\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada.**

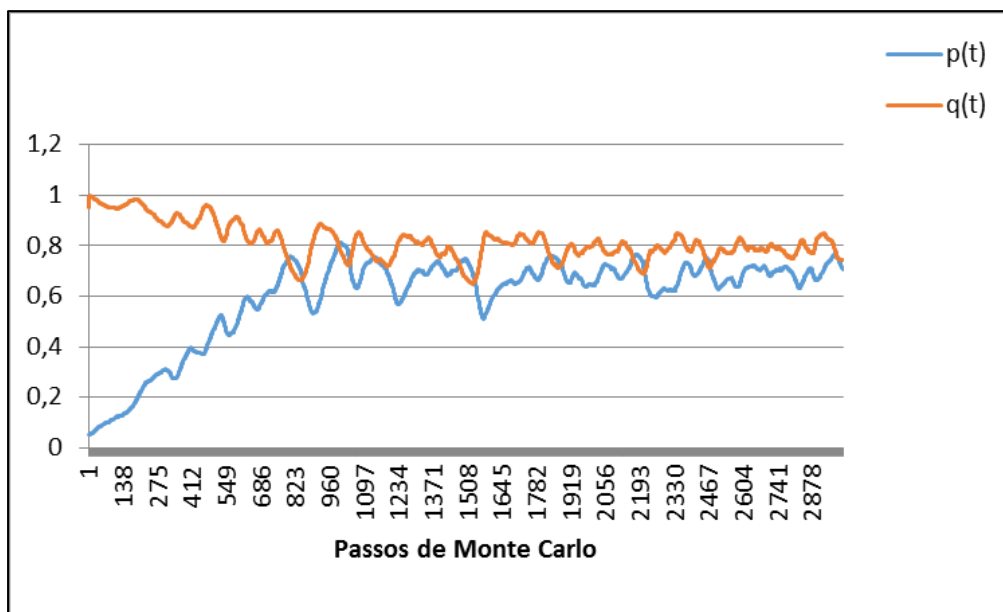
População de Auditores

População de Firms

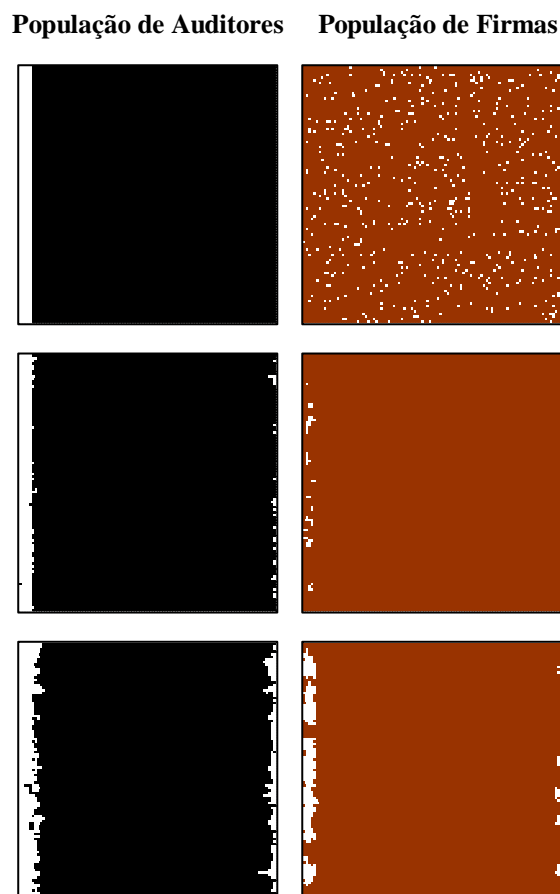


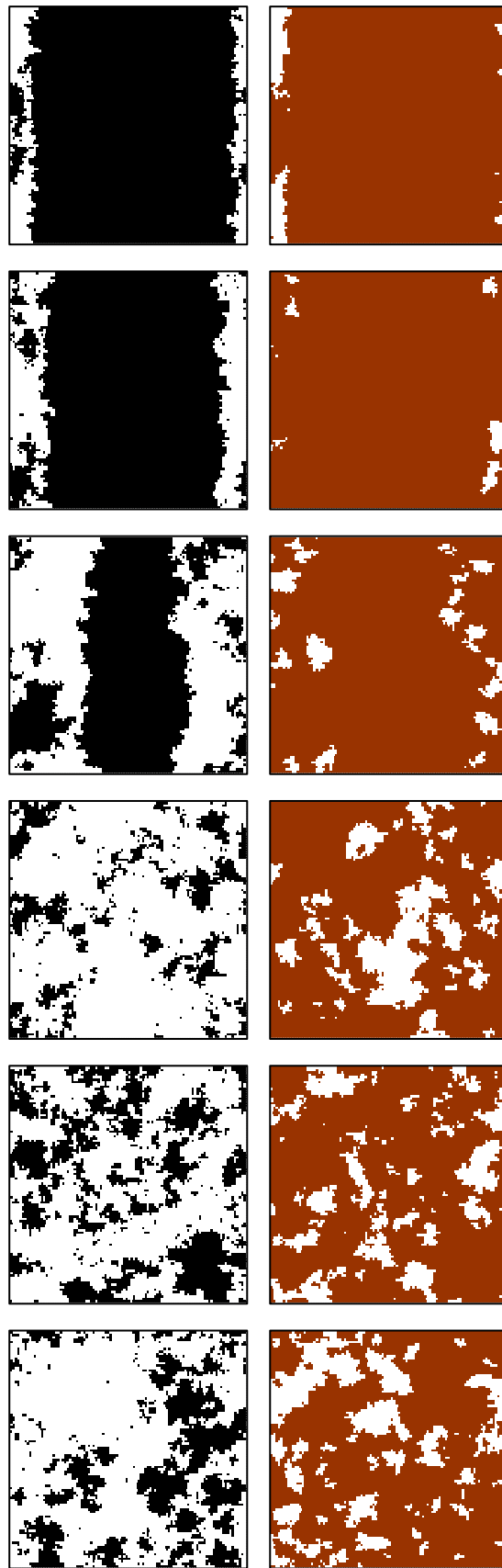


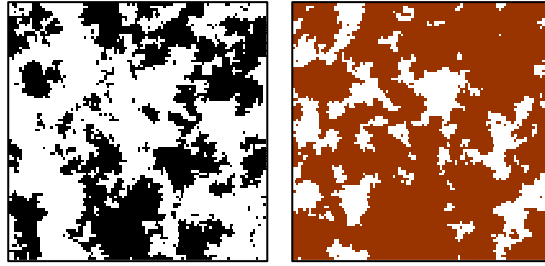
**Figura 20 - Passos de Monte Carlo 1, 10, 50, 100, 150, 200, 300, 500, 1000, 2000 quando  $c = 75\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada.**



**Figura 21 – Evolução das estratégias Fiscalizar (azul) e “No CSR” (laranja) na simulação espacial quando  $c = 90\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada**







**Figura 22 - Passos de Monte Carlo 1, 10, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 3000, 4000 quando  $c = 90\%$  de  $\bar{c}$  – inspeção centralizada.**

## 5

### Conclusão

Equalizar e equilibrar os desenvolvimentos econômico, social e ambiental, com responsabilidade e sustentabilidade, não é uma tarefa fácil e tem se apresentado como um dos grandes desafios do mundo moderno. Uma das principais ferramentas para encara-los é a regulamentação de políticas públicas e, no caso das ambientais, estas tem como principal objetivo minimizar os impactos gerados pelo crescimento econômico e urbano no meio ambiente, além de mostrar para os cidadãos e consumidores quais são os princípios ambientais que devem ser seguidos.

Apesar da relevância dessas políticas como instrumentos para a garantia de um futuro sustentável e o bem estar social, as regulamentações que surgem a partir delas costumam influenciar negativamente o desenvolvimento econômico das firmas. Com isto, muitas empresas tendem a não se adequarem a estas regulamentações nem cumprirem com as determinações que surgem delas. Uma empresa neutra ao risco e que maximiza seu lucro só irá se adequar a regulamentação ambiental estabelecida se o seu custo de conformidade aos padrões ambientais estabelecidos for menor que o valor esperado da penalidade pela não conformidade.

Por isso, essas regulamentações precisam ser áspers o suficiente para garantir o incentivo adequado para a prevenção, mas ao mesmo tempo indulgentes o suficiente para garantir que as firmas prefiram cumprir com as regulamentações ao invés de buscar outras alternativas prejudiciais ao meio ambiente e que dificultem a inspeção. Além disto, a implementação de políticas ambientais costuma gerar elevados custos para os agentes reguladores, principalmente com fiscalização. Neste sentido, enquanto empresas costumam maximizar seu lucro quando não são fiscalizadas e atuam impactando o meio ambiente, o bem estar social é maximizado quando empresas atuam com responsabilidade sócio-ambiental sem a necessidade do agente regulamentador incorrer em custos de fiscalização.

Diante desse conflito de interesses, utilizou-se a teoria dos jogos evolucionários para identificar os equilíbrios presentes na interação desses agentes econômicos com os reguladores e fiscalizadores de políticas ambientais. Essas interações foram modeladas como um jogo simultâneo em forma normal, analisados de forma estática e dinâmica, ou seja, considerando que os agentes envolvidos puderam rever suas estratégias ao longo do tempo.

Em um cenário inicial, onde não há implementação de política ambiental, demonstrou-se que sob a ótica evolucionária, a única estratégia sustentável no longo prazo é a firma escolher ser “No CSR”. Sendo assim, na ausência de uma regulamentação ambiental e de ganhos adicionais para empresas que optem por ser “CSR”, esta estratégia desaparece e só sobrevivem as empresas que optam por ser “No CSR”, caracterizando um cenário de *pollution trap*.



Ao implementar uma política ambiental, demonstrou-se que, se o custo de fiscalização ( $c$ ) for muito alto, não se consegue sair da situação de *pollution trap*. Logo, a magnitude desse custo é determinante para se pensar em estabelecer uma política de comando e controle com característica semelhante a aqui proposta. Caso este seja maior do que o limite de custo  $\bar{c}$ , esta política não se mostra eficiente.

Considerando que firmas e auditores atuam de forma global (populações *well mixed*) e um custo de fiscalização menor do que o limite de custo  $\bar{c}$ , demonstrou-se analítica e numericamente que não há um equilíbrio assintoticamente estável de longo prazo na interação desses agentes. Consegue-se melhorar o cenário de *pollution trap* por um determinado período de tempo, mas o efeito da política ambiental proposta é temporário. Forma-se um ciclo que se repete ao longo do tempo onde o aumento da fiscalização faz com que as firmas deixem de ser “No CSR”, porém a percepção desta diminuição de firmas poluidoras estimula um relaxamento da fiscalização e, quando esta diminui, as firmas voltam a ser “No CSR”, reiniciando o ciclo. Sendo assim, o sistema não converge e fica girando no sentido horário em uma órbita fechada ao redor de um ponto interior. Quanto mais baixo o custo de fiscalização, mais baixos também são os níveis por onde oscila a proporção de empresas que não internalizam o dano ambiental e, conseqüentemente, mais altos são os níveis de oscilação de firmas “CSR”.

Ao contrário, quando a atuação de ambos agentes se dá apenas localmente, em uma condição inicial de severa *pollution trap* e baixa fiscalização, demonstrou-se através de simulação por agentes que esta estrutura espacial das populações, quando iniciadas com distribuição de ambas aleatoriamente, contribui para que haja um equilíbrio no longo prazo. Quando o custo de fiscalização é baixo, há efeito na implantação da política ambiental e o equilíbrio de longo prazo conta com auditores que fiscalizam e empresas que optam por ser “CSR”. Porém, quando o custo de fiscalização se eleva para níveis maiores do que 55% do limite de custo  $\bar{c}$ , percebe-se que a essa política não surge efeito, pois no longo prazo apenas as empresas que optam por ser “No CSR” sobrevivem.

Sendo assim, quando consideramos que os fiscais não possuem competência para fiscalizar firmas que não estejam em sua vizinhança ou que não estão comprometidos com o bem estar social fora desta vizinhança e as firmas atuam apenas localmente, devem-se ter duas diferentes estratégias de implementação da política ambiental para superar a condição inicial de severa *pollution trap* e baixa fiscalização: se o custo de fiscalização é maior do que 55% do limite  $\bar{c}$ , é preferível iniciar a fiscalização por uma determinada região, de forma concentrada, criando inicialmente um *cluster* espacial de auditores que adotam a estratégia de fiscalizar. Neste caso, evitar-se-á o cenário onde todas as firmas escolherem ser “No CSR”, embora não se consiga eliminá-las completamente. Caso contrário, deve-se iniciar a fiscalização de forma descentralizada, distribuindo a população de auditores aleatoriamente para garantir que, no longo prazo, todas as empresas sejam comprometidas com o meio ambiente e optem por ser “CSR” mais rapidamente.

Como sugestão de trabalhos futuros, podem ser feitos estudos com a implementação e combinação de outros tipos de política ambiental que não somente a de comando e controle. Além disto, outros tipos de distribuição ou condição inicial de populações podem ser considerados com intuito de encontrar uma política que maximize o bem estar social, ou seja, onde as firmas escolham ter responsabilidade ambiental sem a necessidade de incorrer em custo de fiscalização ou controle adicional.

## Referências bibliográficas

ARGUEDAS, C.; HAMOUDI, H. Controlling pollution with relaxed regulations. **Journal of Regulatory Economics**, v. 26, p. 85-104, 2004.

ARGUEDAS, C. Bargaining in environmental regulation revisited. **Journal of Environmental Economics and Management**, v. 50, p. 422-433, 2005.

ANASTASOPOULOS, N.; ANASTASOPOULOS, M. P. The evolutionary dynamics of audit. **European Journal of Operational Research**, v. 216, n. 2, p. 468-476, 2012.

ARRUDA, R.C. **Ensaio em jogos evolucionários com aplicação ao Estudo da Interação entre agências de rating e investidores**. 2015. 95 f. Dissertação – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

BARARI, S.; AGARWAL, G.; ZHANG, W. J.; MAHANTY, B.; TIWARI, M. K. A decision framework for the analysis of green supply chain contracts: an evolutionary game approach. **Expert Systems with Applications**, v. 39, p. 2965-2976, 2012.

BARREIRA DA SILVA ROCHA, A. Evolutionary dynamics of nationalism and migration. **Physica A**, v. 392, n. 15, p. 3183-3197, 2013.

BOYCE, W.; DIPRIMA, R. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. LTC - Livros Técnicos e Científicos, Editora S.A. Quinta Edição, 1994.

FABER, A.; FRENKEN, K. Models in evolutionary economics and environmental policy: Towards an evolutionary environmental economics, **Technological Forecasting & Social Change**, v. 76, p. 462–470, 2009.

FRIEDMAN, D. Evolutionary games in economics. **Econometrica**. Volume 59, pages 637-666, 1991.

FRIEDMAN, D. On economic applications of evolutionary game theory. **Journal of Evolutionary Economics**, v. 8, p. 15–43, 1998.

GOULDER, L. H.; PARRY, I. W. H. Instrument choice in environmental policy. **Review of environmental economics and policy**, v. 2, No. 2, p. 152-174, 2008.

HAUERT, C.; DOEBELI, M. **Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game**. Departments of Zoology and Mathematics. University of British Columbia, Vancouver, British Columbia. *Nature* 428, 643- 646, 2004.

HAUERT, C. **Effects of space in 2 x 2 games**. Institut für Mathematik, Universität Wien, Strudlhofgasse 4, A-1090 Vienna, Austria.

HEYES, A. Making things stick: enforcement and compliance, **Oxford Review of Economic Policy**, v. 14, No. 4, 1998.

HIRTH, S. Credit rating dynamics and competition. **Journal of Banking & Finance**, v.49, p. 100-112, 2014.

HOFBAUER, J.; SIGMUND, K. **Evolutionary games and population dynamics**, first ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

LEE, K. H. Integrating carbon footprint into supply chain management: the case of Hyundai Motor Company (HMC) in the automobile industry. **Journal of Cleaner Production**, v. 19, p. 1216-1223, 2011.

MALIK, A. Optimal environmental regulation based on more than just emissions. **Journal of Environmental Economics and Management**, v 32, p. 1-16, 2007.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M.D.; GREEN, J.R. **Microeconomic Theory**. Oxford University Press, 1995.

MAYNARD SMITH, J.; PRICE, G. The logic of animal conflicts. **Nature**, v. 246, p. 15-18, 1973.

MENASCHÉ, D. S. **Controle de congestionamento: uma abordagem dinâmico-populacional via teoria dos jogos evolucionários**. 160 f. Dissertação Mestrado – Departamento de Engenharia de Sistema de Computação - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.

MOURA, A. M. **Governança ambiental no Brasil: instituições, atores e políticas públicas**, Vol. 1, No. 1, 2016.

NAGURNEY, A.; YU, M. Sustainable fashion supply chain management under oligopolistic competition and brand differentiation. **International Journal of Production Economics**, v. 135, p. 532-540.

SILVEIRA, D. S. **O Jogo Snowdrift Evolucionário com Presença de Agentes Punidores num Arranjo Espacial de Duas Populações**. 87 f. Dissertação – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

SIMÃO, A.R. **Jogos Evolucionários Dinâmicos entre Emissores de Dívida e Agências de Avaliação de Riscos: Uma Visão Teórica**. 73 f. Dissertação – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

TAYLOR, P. D.; JONKER L. Evolutionarily stable strategies and game dynamics. **Mathematical Biosciences**, v. 40, p. 145-156, 1978.

VON-NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of Games and Economic Behavior**. Princeton University Press, 1944.

ZHAO, R.; NEIGHBOUR, G.; HAN, J.; MCGUIRE, M.; DEUTZ, P. Using game theory to describe strategy selection for environmental risk and carbon emissions reduction in the green supply chain. **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, v. 25, p. 927-936.

ZHU, Q. H.; DOU, Y. J. Evolutionary game model between governments and core enterprises in greening supply chains. **Systems Engineering Theory & Practice**, v. 27(12), p. 85-89, 2007.

## Apêndice

Dada a matriz de pagamento do jogo:

	No CSR ( $q$ )	CSR ( $1-q$ )
Fiscaliza ( $p$ )	$\frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c$ ; $\frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)}$	$\frac{k^2}{8} - c$ ; $\frac{3k^2}{16}$
Não Fiscaliza ( $1-p$ )	$\frac{k^2\bar{\beta}(1-\bar{\beta}^2)}{4}$ ; $\frac{k^2\bar{\beta}}{4}$	$\frac{k^2}{8}$ ; $\frac{3k^2}{16}$

Simplificando os *payoffs* da matriz de pagamentos::

$$a_{11} = \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} - c ; a_{21} = \frac{k^2}{8} - c ; a_{31} = \frac{k^2\bar{\beta}(1-\bar{\beta}^2)}{4} ; a_{41} = \frac{k^2}{8}$$

$$b_{12} = \frac{k^2\bar{\beta}}{4(1+\bar{\beta}^2)} ; b_{22} = \frac{3k^2}{16} = b_{42} ; b_{32} = \frac{k^2\bar{\beta}}{4}$$

Para  $c < \bar{c}$  e  $\bar{\beta} > 1$ , temos que:

$$a_{41} > a_{21} > a_{11} > a_{31}$$

$$b_{32} > b_{42} = b_{22} > b_{12}$$

Logo:

$$a_1 = a_{11} - a_{31} > 0$$

$$a_2 = a_{21} - a_{41} < 0$$

$$b_1 = b_{12} - b_{22} < 0$$

$$b_2 = b_{32} - b_{42} > 0$$

Sabemos que:

$$q^* = \frac{4c(1+\bar{\beta}^2)}{k^2\bar{\beta}^5} = \frac{-a_2}{a_1 - a_2}$$

$$p^* = \frac{(4\bar{\beta}-3)(1+\bar{\beta}^2)}{4\bar{\beta}^3} = \frac{-b_2}{b_1 - b_2}$$

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial t} = p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)]$$

$$\dot{q} = \frac{\partial q}{\partial t} = q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)]$$

### Função de Lyapunov:

Seja  $L(p, q): Q \rightarrow \mathcal{R}$  uma função diferenciável definida em um conjunto aberto  $Q$  que contém o ponto estacionário  $(p^*, q^*)$ . Suponha que:

- (a)  $L(p^*, q^*) = 0 \wedge L(p, q) > 0$  se  $(p, q) \neq (p^*, q^*)$
- (b)  $\dot{L}(p, q) \leq 0$  em  $Q - (p^*, q^*)$

Então  $(p^*, q^*)$  é um ponto neutramente estável.

Procurando uma função de Lyapunov apropriada:

$$L(p, q) = -F(p) - G(q)$$

$$\dot{L}(p, q) = -\frac{\partial F}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial G}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\dot{L}(p, q) = (-1) \frac{\partial F}{\partial p} p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)] - \frac{\partial G}{\partial q} q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)]$$

Com  $\dot{L}(p, q) = 0$ , temos:

$$(-1) \frac{\partial F}{\partial p} p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)] - \frac{\partial G}{\partial q} q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)] = 0$$

$$(-1) \frac{\partial F}{\partial p} p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)] = \frac{\partial G}{\partial q} q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)] = cte$$

Assumindo que  $cte = 1$ :

$$(-1) \frac{\partial F}{\partial p} p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)] = 1$$

$$\frac{\partial G}{\partial q} q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)] = 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial p} \frac{(-1)p(1-p)}{b_1p + b_2(1-p)} = \frac{\partial G}{\partial q} \frac{q(1-q)}{a_1q + a_2(1-q)} = 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial p} (-1)p(1-p) = b_1p + b_2(1-p)$$

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{b_1p + b_2(1-p)}{(-1)p(1-p)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial p} = (-1) \left[ \frac{b_1}{(1-p)} + \frac{b_2}{p} \right]$$

$$\frac{\partial G}{\partial q} q(1-q) = a_1q + a_2(1-q)$$

$$\frac{\partial G}{\partial q} = \frac{a_1 q + a_2(1-q)}{q(1-q)}$$

$$\frac{\partial G}{\partial q} = \left[ \frac{a_1}{(1-q)} + \frac{a_2}{q} \right]$$

Integrando:

$$\int \frac{\partial F}{\partial p} = (-1) \int \left( \frac{b_1}{(1-p)} + \frac{b_2}{p} \right) \partial p$$

$$F(p) = b_1 \ln(1-p) - b_2 \ln(p)$$

$$\int \frac{\partial G}{\partial q} = \int \left( \frac{a_1}{(1-q)} + \frac{a_2}{q} \right) \partial q$$

$$G(q) = -a_1 \ln(1-q) + a_2 \ln(q)$$

$$L(p, q) = b_1 \ln(1-p) - b_2 \ln(p) - a_1 \ln(1-q) + a_2 \ln(q) + K, \quad K \quad \text{s.a.}$$

$$L(p^*, q^*) = 0.$$

$$\text{Condição de primeira ordem: } \frac{\partial L}{\partial p} = 0 \wedge \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial p} = \frac{-b_1}{(1-p)} - \frac{b_2}{p} = 0$$

$$\frac{-b_1}{(1-p)} = \frac{b_2}{p}$$

$$-b_1 p = b_2(1-p)$$

$$-b_1 p = b_2 - b_2 p$$

$$b_1 p - b_2 p = -b_2$$

$$p = \frac{-b_2}{b_1 - b_2} = p^*$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{a_1}{(1-q)} + \frac{a_2}{q} = 0$$

$$\frac{a_1}{(1-q)} = \frac{-a_2}{q}$$

$$a_1 q = -a_2(1-q)$$

$$a_1 q = -a_2 + a_2 q$$

$$a_1 q - a_2 q = -a_2$$

$$q = \frac{-a_2}{a_1 - a_2} = q^*$$



Logo, a função  $L(p, q)$  tem como ponto crítico, que atende a condição de primeira ordem, o ponto estacionário  $(p^*, q^*)$ .

Condição de segunda ordem: Da matriz hessiana de  $L(p, q)$ ,  $(p^*, q^*)$  é estritamente um mínimo local quando os determinantes do primeiro e do segundo menor principal são maiores que zero. Na função em análise tem-se que:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial p^2} = \frac{b_2}{p^2} - \frac{b_1}{(1-p)^2} > 0$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial p^2} \frac{\partial^2 L}{\partial q^2} - \left( \frac{\partial^2 L}{\partial p \partial q} \right)^2 = \left[ \frac{b_2}{p^2} - \frac{b_1}{(1-p)^2} \right] \left[ \frac{a_1}{(1-q)^2} - \frac{a_2}{q^2} \right] > 0$$

Com isto, o item (a) está satisfeito. Ademais, temos que:

$$\frac{\partial L}{\partial t}(p, q) = \frac{\partial L}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial L}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\frac{\partial L}{\partial t}(p, q) = \left[ \frac{-b_1}{(1-p)} - \frac{b_2}{p} \right] [p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)]] + \left[ \frac{a_1}{(1-q)} + \frac{a_2}{q} \right] [q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)]]$$

$$\frac{\partial L}{\partial t}(p, q) = \left[ \frac{-b_1p - b_2(1-p)}{p(1-p)} \right] p(1-p)[a_1q + a_2(1-q)] + \left[ \frac{a_1q + a_2(1-q)}{q(1-q)} \right] q(1-q)[b_1p + b_2(1-p)]$$

$$\frac{\partial L}{\partial t}(p, q) = [-b_1p - b_2(1-p)][a_1q + a_2(1-q)] + [a_1q + a_2(1-q)][b_1p + b_2(1-p)]$$

$$\frac{\partial L}{\partial t}(p, q) = 0, \text{ para todo } p \text{ e } q.$$

O item (b) também está satisfeito e, por isto, temos que  $(p^*, q^*)$  é neutramente estável.