2
Estrutura a Termo de Taxa de Juros

A Estrutura a termo de taxa de juros (também conhecida como *Yield Curve* ou Curva de Rentabilidade) é a relação, em dado momento, entre taxas de juros de títulos de renda-fixa de mesma qualidade creditícia, mas com diferentes prazos de vencimento. A *Yield Curve* geralmente é construída a partir de títulos que pagam juros somente no vencimento, ou seja, os *zero coupon bonds*. Títulos que pagam juros intermediários (*coupon*) não são apropriados porque estaria embutida a hipótese de reinvestimento dos cupons a mesma taxa, o que dificilmente é verdade. O levantamento da curva de rentabilidade é extremamente importante para o mercado financeiro, pois serve como base para a precificação de instrumentos de renda-fixa, além ser utilizada como *benchmark* na determinação de taxas em todos os outros setores do mercado de dívida.

2.1.
Formação da Estrutura a Termo de Taxa de Juros

Existem diferentes teorias que procuram explicar a formação da estrutura a termo de taxa de juros. Segundo Hull (2002) três são as principais: Teoria das Expectativas, Teoria da Seguimentação de Mercado e Teoria da Preferência pela Liquidez.

A Teoria das Expectativas é a mais simples e afirma que taxas de juros de longo prazo refletem expectativas futuras no curto prazo. A interpretação dessa teoria sugere que para o investidor seria indiferente, por exemplo: adquirir um título com prazo de um ano e carrega-lo até o seu vencimento; adquirir um título semelhante com prazo de seis meses e dado seu vencimento efetuar a compra de outro título com prazo de seis meses ou comprar um título com vencimento em dois anos e efetuar sua venda após um ano.

É improvável que a Teoria das Expectativas consiga explicar completamente a estrutura a termo da taxa de juros. Dentre os motivos destaca-se a suposição que os investidores são indiferentes ao risco inserido em papéis com prazos mais longos.

A Teoria da Segmentação de Mercado diz que não existe relação entre as taxas de curto, médio e longo prazo. Na verdade existiriam grupos de investidores que teriam certas preferências por títulos com determinado prazo de vencimento. Na medida que a demanda por títulos de um prazo aumenta em relação a outros, a taxa de remuneração oferecida ao investidor cairia quando comparada com as taxas de títulos de menor demanda.

A Teoria da Preferência pela Liquidez afirma que os investidores não são indiferentes ao risco. Como títulos mais longos representam maior risco (pois seus preços são mais suscetíveis a mudanças na taxa de juros), seria necessária inclusão de um prêmio para atrair o investidor.

2.2. Expressão das Taxas de Juros

O mercado brasileiro possui inúmeras diferenças no que tange a expressão de taxas de juros, quando comparada com o mercado mundial. Segundo Sain (2001), existem duas diferenças fundamentais entre o mercado brasileiro de juros e os mercados internacionais.

Uma diferença está na forma de capitalização adotada no Brasil. Os principais mercados internacionais utilizam a capitalização linear (juros simples) enquanto o mercado brasileiro utiliza capitalização exponencial (juros compostos) em operações em Reais e capitalização linear em operações em moeda internacional. O uso dos juros compostos no mercado brasileiro se deve principalmente ao seu histórico de inflação, onde essa forma de capitalização poderia capturar melhor seus efeitos sobre a moeda brasileira.

A outra diferença ocorre com o número de dias usados para cálculo da taxa de juros em um intervalo de tempo. O Brasil utiliza como convenção de ano o prazo de 252 dias úteis para produtos de tesouraria como títulos públicos e CDI e 360 dias corridos para produtos comerciais em reais como empréstimos e financiamentos. O modelo internacional toma como base prazos em dias corridos.

2.3. Vértices, Interpolação e Extrapolação

Para que se possa gerar uma estrutura a termo de taxa de juros, é preciso que sejam definidos os vértices, método de interpolação dos vértices e extrapolação da curva.

2.3.1. Vértices

Antes de iniciar a abordagem sobre interpolação e extrapolação da curva, é importante se ter claro o conceito de vértice. Os vértices são pares ordenados taxa de juros-prazo extraídos de instrumentos de renda-fixa com qualidade creditícia homogênea e que reflitam reais condições de oferta e demanda do mercado, sendo essenciais no levantamento da estrutura a termo de taxa de juros.

Recomenda-se cautela no levantamento de vértices para o mercado brasileiro, que por ser um mercado ainda longe da eficiência, possui instrumentos com baixa liquidez, o que acarretaria vértices de baixa confiabilidade que devem ser cuidadosamente ponderados.

2.3.2. Interpolação entre Vértices

A interpolação é uma projeção entre dois vértices consecutivos com o objetivo de se obter taxas para prazos intermediários. A seguir serão enumerados três dos principais métodos adotados.

2.3.2.1.
Interpolação Linear

É sem dúvida o mais simples dos métodos e consiste na interligação de cada vértice consecutivo por uma reta. Pode ser facilmente obtido através da equação da reta.

Considere as premissas abaixo:

n – prazo do vértice;
t – prazo no qual se deseja obter a taxa de juros;
a – coeficiente angular da reta;
b – coeficiente linear da reta.

Partindo da equação da reta com formato $y = ax + b$ e após algum algebrismo, obtém-se:

$$taxa_t = \frac{taxa_n - taxa_{n-1}}{prazo_n - prazo_{n-1}} \times (prazo_t - prazo_n) + taxa_n \qquad (1)$$

2.3.2.2.
Interpolação Log-Linear

Esse método utiliza a mesma função de interpolação linear, com a diferença da aplicação de logaritmos neperianos aos vértices (taxas de juros). A interpolação Log-linear é a forma de interpolação de maior sentido econômico no Brasil, já que aqui se utiliza o regime composto de capitalização aplicado a juros. Partindo da eq.(1), tem-se:

$$\ln(taxa_t) = \frac{\ln(taxa_n) - \ln(taxa_{n-1})}{prazo_n - prazo_{n-1}} \times (prazo_t - prazo_n) + \ln(taxa_n)$$

$$taxa_t = e^{\left[\frac{\ln(taxa_n) - \ln(taxa_{n-1})}{prazo_n - prazo_{n-1}} \times (prazo_t - prazo_n) + \ln(taxa_n)\right]} \qquad (2)$$

2.3.2.3.
Interpolação *Spline*

O *spline* é um conjunto de polinômios de baixo grau, unidos em nós (vértices) formando uma função contínua em um intervalo. Para que o problema de encontrar polinômios que unam os vértices tenha solução e possua certo grau de suavidade, costuma-se impor limites sobre os nós. Esse método foi desenvolvido inicialmente para resolver a interpolação de funções suaves, já que reduz as instabilidades características dos polinômios de alta ordem.

O *spline* cúbico é o mais comum dentro da literatura financeira. Isto ocorre porque este é o *spline* de mais baixo grau que possibilita a criação de uma curva interpolada sem a presença de descontinuidades e que seja continuamente diferenciável. Para que as curvas a termo sejam contínuas, o *spline* quadrático é o *spline* de menor ordem recomendado, pois permite que a curva tenha ao menos uma derivada contínua. Além disso, para que a curva a termo seja continuamente diferenciável, o *spline* de menor grau a ser utilizado deverá ser o cúbico.

A seguir será realizada uma análise detalhada do *spline* cúbico. Suponha que f seja um *spline* cúbico. Para cada intervalo $[x_i, x_{i+1}]$, onde x_i e x_{i+1} são os prazos de vértices consecutivos, f deve ser igual a um polinômio cúbico P_i, com o formato abaixo:

$$P_i(x) = a_{0,i} + a_{1,i}\,x + a_{2,i}\,x^2 + a_{3,i}\,x^3 \qquad (3)$$

Resumindo, $f(x)$ é igual a $P_i(x)$ para cada valor de x pertencente ao intervalo $[x_i, x_{i+1}]$, com i variando de 1 até $n - 1$, cobrindo assim todos os vértices.

$$f(x) = \begin{cases} P_1(x) & \text{para } x \in [x_1, x_2] \\ \vdots & \\ P_i(x) & \text{para } x \in [x_i, x_{i+1}] \\ \vdots & \\ P_{n-1}(x) & \text{para } x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases} \qquad (4)$$

Algumas condições devem ser satisfeitas para garantir que f seja contínua e com primeiras e segundas derivadas contínuas no intervalo $[x_1, x_n]$. Além disso, f deve ter valor igual às taxas de juros dos vértices nos pontos $x_1, x_1, \ldots, x_n$, ou seja, $f(x_i) = g(x_i)$. Para que f preencha todas essas condições, as equações abaixo devem ser satisfeitas:

$$\begin{cases} P_i(x_i) = g(x_i), & \text{para } i = 1, \ldots, n-1 \\ P_i(x_{i+1}) = g(x_{i+1}), & \text{para } i = 1, \ldots, n-1 \\ P_i'(x_i) = s_i, & \text{para } i = 1, \ldots, n-1 \\ P_i'(x_{i+1}) = s_{i+1}, & \text{para } i = 1, \ldots, n-1 \\ P_{i-1}''(x_i) = P_i''(x_i), & \text{para } i = 2, \ldots, n-1 \end{cases} \tag{5}$$

Onde $s_1, \ldots, s_n$ são parâmetros a serem delimitados pelo modelo.

Para que cada polinômio P_i seja determinado, deve-se fixar os valores dos parâmetros $s_1, \ldots, s_n$. O problema é mostrar como tais parâmetros podem ser identificados. As restrições acima permitem montar um sistema com $n - 2$ equações lineares cujas incógnitas são $s_1, \ldots, s_n$, ou seja, teremos $n - 2$ equações para n incógnitas. Se de alguma forma for suposto que os parâmetros s_1 e s_n[1] podem ser identificados, o sistema acima terá $n - 2$ equações e $n - 2$ incógnitas, podendo ser resolvido para os demais parâmetros de maneira única e fechada.

A metodologia *spline* é bastante usada em mercado para a interpolação de curvas, no entanto apresenta algumas instabilidades, principalmente se a distribuição dos vértices for heterogênea. Outras metodologias derivadas do *spline* foram propostas com o intuito de minimizar tais limitações e atualmente tais métodos são muito empregados.

[1] Monteiro e Salles (2001) mostram três metodologias diferentes para a escolha de s_1 e s_n: o *spline* cúbico completo, o *spline* cúbico natural e o *spline* cúbico *not-a-knot*.

2.3.3. Extrapolação

Os métodos de extrapolação de curva são usados para que se possa extrair taxas de juros de prazos mais longos. O mercado atual possui liquidez para apenas dois ou três anos, o que força a utilização da extrapolação da curva de juros para prazos superiores a estes. Uma das metodologias sugeridas envolve a escolha de uma janela de tempo no segmento longo da curva e a repetição da taxa implícita desse segmento para o período projetado (método *flat forward*). Outro método simples consiste na extrapolação log-linear para os dois últimos vértices da curva.

A figura abaixo representa um resumo do que foi explicado no capítulo 2 até o momento, mostrando a construção da estrutura a termo de taxa de juros com destaque para a utilização dos vértices, interpolação e extrapolação da curva.

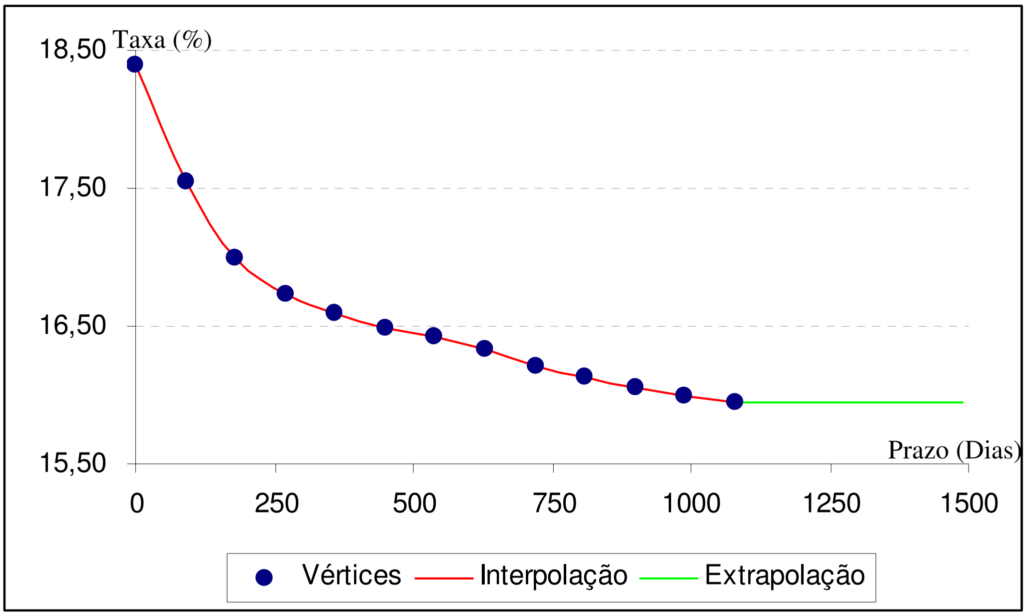

Figura 1 – Construção da estrutura a termo de taxa de juros destacando os vértices, interpolação e extrapolação da curva.

2.4. Mercado Futuro de taxa de juros no Brasil

O mercado futuro de taxa de juros no Brasil é algo recente, tomando grande impulso a partir do final da década de 90, com advento de novos instrumentos financeiros que propiciaram um ganho extraordinário de liquidez no mercado. O principal agente responsável pelo enorme crescimento no volume de contratos futuros de juros negociados na BM&F foi o desenvolvimento do mercado futuro de taxas de Depósitos Interfinanceiros, comumente chamado de DI.

O DI futuro não foi o primeiro instrumento a ser negociado no mercado futuro de taxa de juros. A primeira tentativa de lançamento de ativos desse gênero ocorreu em maio de 1986 com a emissão do contrato futuro de Taxa de Juros Referencial OTN e também com o contrato futuro de Certificados de Depósitos Bancários (CDB). Tais lançamentos propiciaram aos integrantes do mercado em geral, como instituições financeiras, fundos de previdência e demais investidores, proteção contra o vai e vem das taxas de juros do período pós-cruzado. No ano seguinte foi extinto o mercado futuro de taxas de juros referenciados em CDB pré-fixado e nos demais anos outros tipos de instrumentos financeiros com características semelhantes foram lançados.

Nos dois tópicos a seguir serão abordados alguns dos principais ativos financeiros pertencentes ao mercado futuro de juros do Brasil e que serão relevantes na construção da estrutura a termo de juros brasileira. Dentre eles destacam-se o contrato futuro de Depósitos Interfinanceiros e os Swaps de taxas de juros.

2.4.1. DI Futuro

É sem dúvida o instrumento financeiro que serve como termômetro das expectativas do mercado sobre o comportamento dos juros futuros no curto prazo. Isso é possível, em primeiro lugar, pelo seu elevado grau de liquidez, que garante a formação de preços em ambiente competitivo e com total transparência. Além disso, trata-se de um contrato futuro referenciado em uma taxa amplamente divulgada e conhecida pelo mercado.

O contrato futuro de DI é um título hipotético de valor nominal R$ 100.000,00 no dia de seu vencimento. Os contratos são negociados por um preço unitário (PU) que corresponde ao valor presente de um título que, rendendo a taxa de juros com prazo de n dias úteis até o vencimento, seria resgatado, no vencimento, pelo seu valor nominal. Esse *PU* é expresso com duas casas decimais. Além disso, os contratos vencem no primeiro dia útil do mês.

Na realidade, o objetivo do DI futuro não é a realização do negócio baseado no *PU*. Os investidores estão interessados na negociação da taxa de juros embutida no contrato. Um resumo desta operação é simplificado pela eq.(6):

$$PU_{du} = \frac{100.000}{\left(1+i_{du}\right)^{\frac{du}{252}}} \qquad (6)$$

onde: du significa o número de dias úteis até o vencimento do contrato;

i_{du} é a taxa anual efetiva para du dias úteis;

PU_{du} é o preço unitário do contrato na data atual.

Suponha que o mercado sinaliza para uma taxa de juros de 18% a.a. quando se está a 10 dias do vencimento do contrato. O preço unitário do contrato será:

$$PU_{du} = \frac{100.000}{\left(1+0{,}18\right)^{\frac{10}{252}}} = 99.345{,}35$$

Ou seja, o valor do preço unitário de negociação do DI futuro, nesse caso, será de 99.345,35 reais.

2.4.2.
Swaps de taxa de juros

Antes de abordar os Swaps de taxa de juros, com destaque para o Swap pré-DI, será feita uma breve explicação sobre este ativo financeiro. Swap é um acordo financeiro de troca de fluxos de caixa futuros. Nesse acordo define-se quando esses fluxos serão pagos e a forma como serão calculados. Normalmente o cálculo destes fluxos de caixa envolve valores futuros de uma ou mais variáveis de mercado. Estendendo esta explicação, os Swaps consistem em contratos a termo, bilaterais, liquidados por diferença, cujos participantes são instituições financeiras e não financeiras. Um detalhe que o diferencia dos contratos futuros é que no Swap o ajuste é feito no vencimento da operação.

O Swap de taxa pré versus CDI permite a troca entre uma taxa pré-fixada em reais por uma taxa pós-fixada (flutuante) em CDI ou vice-versa. O Swap pré-DI pode ser decomposto em duas pontas: uma corrigida pela taxa pré-fixada e a outra corrigida pela taxa pós-fixada (CDI). O fluxo da ponta CDI começa a partir da taxa do dia da operação e acumula até o CDI do dia útil imediatamente antes do seu vencimento. A ponta pré-fixada do Swap começa a partir do dia da operação, inclusive; e termina no vencimento da mesma, exclusive, utilizando base em dias corridos.

Um exemplo prático será dado a seguir para melhor ilustrar esse instrumento financeiro. Suponha que uma empresa possui aplicações financeiras indexadas ao CDI (possui ativo indexado a CDI), porém contraiu uma dívida pré-fixada em reais (carrega um passivo em taxa fixa em reais) para pagar em 1 ano. Os valores da dívida e aplicação, hoje, são de R$ 1.000.000 cada e a dívida aumenta a uma taxa de 18% a.a.. Para se proteger de possíveis perdas proporcionadas pela queda na taxa do CDI (como seu passivo é fixo, quedas no CDI provocariam um resultado no ativo menor que o esperado), a empresa decidiu realizar um Swap pré-DI, assumindo a ponta ativa do Swap em DI.

Para se proteger 100% das oscilações do CDI, o Swap deve ter as seguintes características: ter prazo de 1 ano, possuir a ponta pré com valor de 18% a.a. e corresponder a um montante de R$ 1.000.000. O resultado para a empresa, depois de 1 ano, com o a taxa associada ao CDI caindo para 17% a.a., pode ser observado na tabela 1.

Ativo da Empresa	1.000.000 x (1+ 0,17) = 1.170.000
Passivo da Empresa	1.000.000 x (1+ 0,18) = 1.180.000
Resultado Original Empresa	**1.170.000 - 1.180.000 = -10.000**
Swap ponta Pré (ativa)	1.000.000 x (1+ 0,18) = 1.180.000
Swap ponta DI (passiva)	1.000.000 x (1+ 0,17) = 1.170.000
Resultado do Swap	**1.180.000 - 1.170.000 = +10.000**
Resultado Global	**-10.000 + 10.000 = 0**

Tabela 1 - Resultado no balanço da empresa após a realização do Swap Pré-DI.

Enfim, o Swap consegue amortecer qualquer flutuação de taxa dentro do balanço da empresa, mostrando que é o instrumento certo para equilibrar tal balanço. No caso acima, se as taxas de juro caíssem para 17% no acumulado do ano, o resultado sem a utilização do Swap seria um prejuízo de R$ 10.000,00. No entanto, se for feito o Swap, essa perda seria coberta pelo ganho na operação no valor de R$ 10.000,00.

Existem outros tipos de Swaps de taxa de juros flutuante e taxa de juros pré-fixada comumente usados no mercado, como os Swaps de taxa pré-fixada x LIBOR[2]. Dentre os Swaps de taxas de juros flutuantes mais negociados, podem ser citados os que envolvem CDI over[3] x Taxa Referencial[4] (por prazos superiores a um mês) e Prime Rate[5] x LIBOR.

[2] Taxa de oferta do mercado interbancária de Londres.

[3] Taxa de juro diário que é a média dos empréstimos cobrados entre os próprios bancos no Brasil.

[4] Taxa calculada pelo Banco Central do Brasil com base nas taxas de juros praticadas pelo mercado bancário brasileiro; como as que são pagas no CDB, por exemplo.

[5] Taxa de juros norte-americana.